

分析方法與交乘項策略組合對 潛在交互作用及二次效果估計之評估

陳淑萍¹ 余麗樺¹ 鄭中平²

¹高雄醫學大學心理學系

²國立政治大學心理學系暨研究所

論文編號：08B04；初稿收件：2008年3月4日；第一次修正：2008年7月21日；正式接受：2008年8月4日
通訊作者：鄭中平 116台北市文山區指南路二段64號 國立政治大學心理學系暨研究所 (E-mail: cpcheng@nccu.edu.tw)

實徵研究上，非線性關係常為研究者所關切，發展潛在變項間交互作用與二次效果等非線性效果之估計有其重要性。本研究以模擬方式，評估中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序、部分限制式方法及未限制式方法等四種利用引進交乘項的方法，搭配單一配對、兩兩配對及所有配對型式不同交乘項策略下，對潛在交互作用模型與潛在二次模型估計之影響。結果顯示，四種方法與交乘項策略對估計影響不大，但部分限制式方法於三種配對組合、未限制式方法於兩兩配對與所有配對組合，在適當解比率與參數估計評估表現皆較其他組合差，以小樣本或外生潛在變項負載量低時尤為明顯。

關鍵詞：結構方程模型、潛在交互作用效果、潛在非線性效果

前言

許多統計分析常假設變項間是線性關係，然在理論上，構念的非線性關係亦常為研究者所關切，在非線性關係中，交互作用（interaction effect）或調節作用（moderation effect）常見於行為科學與心理學理論，例如教學方式與學生特質對教學效果的交互作用等等，有時亦可能發現變項間呈二次關係，例如，當壓力變大，表現則呈先增加後減少的曲線形式。

結構方程模型（Structural Equation Modeling, 簡稱SEM）為社會行為科學領域中常用之統計方法，相較於其他分析交互作用或非線性效果之方法，如變異數分析或迴歸分析，SEM利用引進潛在變項表達構念，能考量測量誤差的影響，估計較為準確。Jaccard與Wan（1995）即說明當構念有交互作用時，SEM於

估計主要效果與交互作用效果較傳統多元迴歸方法有較高檢定力。

本研究目的即在以蒙地卡羅法（Monte Carlo method），探討以結構方程模型分析潛在變項的交互作用或二次效果（quadratic effect）時，不同分析策略在不同情境下的表現，希冀能提供研究者在實務上的建議。

（一）潛在交互作用的估計

Kenny與Judd（1984）分析了兩個外生潛在變項（exogenous latent variable），及其交互作用（即潛在交互作用）影響單一外顯變項的模型。Kenny與Judd建議，在原有兩個潛在變項外，另加入一個新的潛在變項代表潛在交互作用項，並利用原先兩潛在變項指

致謝

本研究改寫自第一作者之碩士論文，作者感謝楊志堅老師、林鈺琴老師及兩位審稿人的意見與指導。

標的交乘項 (product term)，作為該潛在交互作用項的指標，如此，則可在SEM架構下處理潛在交互作用。

Kenny與Judd (1984) 利用引進交乘項作為潛在交互作用項指標的作法，雖能讓問題在SEM架構下分析，但亦額外引進許多議題，包括相乘項指標的非常態、參數的非線性關係及需考量平均數結構等 (Cortina, Chen, & Dunlap, 2001; Moosbrugger, Schermelleh-Engel, & Klein, 1997)。

資料呈多元常態分配 (multivariate normal distribution) 為結構方程模型假設之一，即使指標符合多元常態分配，指標相乘項仍不會符合常態分配。如採用基於常態假設之估計方法，可能因而產生偏誤，因此，改用無須假設常態分配的估計法，或是強韌性的研究便是重要議題之一 (Jöreskog & Yang, 1996; Williams, Edwards, & Vandenberg, 2003)。

相乘項的引進尚導致參數間的非線性關係，需要設定非線性限制式，其推導需要對相關知識的專精，並耗費相當時間，因此，如何減少非線性限制式亦屬議題之一 (Algina & Moulder, 2001; Little, Bovaird, & Widaman, 2006; Marsh, Wen, & Hau, 2004, 2006; Wall & Amemiya, 2001)。

在Kenny與Judd (1984) 的處理中，觀察指標平均數皆平移為零 (mean-centered)，以簡化問題。然而Jöreskog與Yang (1996) 發現，即使僅對共變數結構有興趣，若未考慮平均數結構，估計仍可能有偏誤，因此Jöreskog與Yang建議不減去觀察指標平均數，並將平均數結構納入，此即能避免偏誤問題，但卻因而引進更多複雜限制式。Algina與Moulder (2001) 模擬結果顯示Jöreskog與Yang程序以LISREL 8.3版進行分析時不易收斂，為改良此情形，Algina與Moulder建議將外生潛在變項觀察變項處理為平均數平移為零，但內生潛在變項 (endogenous latent variable) 觀察變項平均數則未平移為零，如此，除收斂問題可以改善外，非線性限制式亦能稍減。由於外生潛在變項之觀察變項被中心化，故Algina與Moulder的程序亦被稱作中心化限制式方法 (centered constrained approach)。

除了以上提及的Kenny與Judd程序、Jöreskog與Yang程序以及中心化限制式方法外，許多研究亦致力於修正或發展非線性結構方程模型的估計，以克服前述問題。包括Jaccard與Wan程序 (Jaccard & Wan, 1995)、兩階段最大似法 (two-stage ML method; Ping, 1996)、修正後兩階段之最大似法 (Moulder & Algina, 2002)、兩階段最小平方法 (two-stage least squares method; Bollen & Paxton, 1998)、潛

在調節結構方程方法 (latent moderated structural equations approach; Klein & Moosbrugger, 2000; Schermelleh-Engel, Klein, & Moosbrugger, 1998)、貝氏方法 (Bayesian approach; Arminger & Muthén, 1998; Lee & Zhu, 2000)、兩階段動差法 (two-step method of moments; Wall & Amemiya, 2000)、部分限制式方法 (partially constrained approach, 又稱generalized appended product indicator approach; Marsh, Wen, & Hau, 2006; Wall & Amemiya, 2001)、準最大似法 (quasi-maximum likelihood; Klein & Muthén, 2007)、精確最大似法 (exact maximum likelihood approach; Lee & Zhu, 2002)、未限制式方法 (unconstrained approach; Marsh et al., 2004)、半參數方法 (semiparametric approach; Bauer, 2005) 等。

面對眾多作法，如何評估進而選擇估計方法，便成為重要議題。Moulder與Algina (2002) 比較六種方法對潛在交互作用模型之估計，包含Jaccard與Wan程序、Jöreskog與Yang程序、中心化限制式方法、兩階段最大似法、修正後兩階段之最大似法及兩階段最小平方法，結果顯示Jaccard與Wan程序與中心化限制式方法較其他方法之偏誤及型一錯誤低且檢定力較高。

Lee、Song及Poon (2004) 則不僅考量潛在交互作用模型，亦將潛在變項的二次非線性模型納入討論。Lee等人比較中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序、貝氏方法及精確最大似法，結果顯示在潛在交互作用模型下，Jaccard與Wan程序與中心化限制式方法偏誤較其他兩法低，然RMSE (root mean squares error) 則較其他兩法大，以小樣本尤為明顯；在非線性模型 (潛在二次模型、潛在交互作用與二次模型) 下，Jaccard與Wan程序及中心化限制式方法則較其他兩法有較大偏誤及RMSE，尤以中心化限制式方法為最。

Marsh等人 (2004) 則比較中心化限制式方法、部分限制式方法、未限制式方法及準最大似法對潛在交互作用模型之估計，結果顯示在潛在變項為多元常態分配假設下，四種方法皆相對無偏誤。

在Moulder與Algina (2002)，Marsh等人 (2004) 以及Lee等人 (2004) 三個評估潛在交互作用與非線性效果的模擬研究中，共包括十一種分析方法，其中Jaccard與Wan程序、Jöreskog與Yang程序、中心化限制式方法、部分限制式方法及未限制式方法皆是Kenny與Judd (1984) 限制式方法的修正，且可於多數結構方程軟體中實行，包括LISREL 8.0、Mplus 3.0及Mx 5.0等。兩階段最大似法、修正後兩階段之最大似法及兩階段最小平方法皆屬二階段方

式，目前部分軟體雖支援，但Moulder與Algina的模擬顯示表現不佳。貝氏方法、精確最大概似法及準最大概似法，以作者目前知識，則似乎未在常用之結構方程軟體中實現。本研究目的在評估估計方法的表現，在目前多數SEM軟體可實作的考量，並參考模擬研究結果下，選取中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序、部分限制式方法及未限制式方法進行評估。

在估計方法之外，相乘項指標的選取亦是需考量議題（Cortina et al., 2001; Moosbrugger et al., 1997; Marsh et al., 2006）。在相乘項指標方面，以兩潛在變項各三個指標為例，可以選取所有交乘項配對，即九個相乘項，或是兩兩配對相乘，亦即每個指標僅出現在交乘項一次，共三個相乘項，或僅選取各潛在變項一個指標形成的單一配對交乘項，而如何選取適當的相乘項便成為議題之一（Marsh et al., 2004）。

Marsh等人（2004）以中心化限制式方法、部分限制式方法及未限制式方法系統性地比較單一配對、兩兩配對及所有配對型式來估計潛在交互作用效果。在Marsh等人的模擬中，單一配對型式較其他配對型式有較大偏誤，有較大之實徵標準誤與估計標準誤，故不建議單一配對型式，而所有配對則重複使用訊息，故Marsh等人認為兩兩配對型式應較適切。

由於不同交乘項策略產生的交乘項數目不同，搭配不同分析方法後，限制式數目與需估計之參數亦不相同，在不同樣本數或資料型態下表現未必相同；在評價不同分析方法時，若不同時考慮搭配之交乘項策略，較難得到適切的結論。以Lee等人（2004）為例，其使用之Jaccard與Wan程序搭配所有交乘項，但中心化限制式方法則搭配單一交乘項，分析方法的效果可能與交乘項策略之效果難以分離。在同時考量分析方法與交乘項策略下進行評估，能提供研究者較多選擇，或能提供較適切建議。Marsh等人（2006）即認為先前研究未系統性地比較交乘項策略，並指出決定理想的交乘項數目與交乘項配對型式為重要議題之一。

Marsh等人（2004）的模擬研究考慮了不同分析方法與交乘項策略，但僅限於交互作用模型，而未及二次模型或是包含交互作用與二次模型。Marsh等人（2006）即認為採用兩兩配對交乘項策略雖有Marsh等人（2004）模擬研究支持，然未來應需更多研究評價Marsh等人所建議準則，特別是推展到其他非線性效果之情形。Lee等人（2004）研究則雖及於二次模型或是包含交互作用與二次之非線性模型，但未考量交乘項策略，本研究即企圖討論三種非線性模型，即潛在交互作用模型（MI）、潛在二次模型（MQ）或是包含潛在交互作用與二次模型（MIQ），考量分析

方法與交乘項策略的影響。

在前述三個模擬中，除分析方法與交乘項策略外，樣本數與指標信度亦是操弄變項之一。不同分析與交乘項策略組合，納入分析之交乘項不同，限制式多寡亦不相同，當所需限制式越少，需要估計的自由參數較多，而自由參數越多，所需樣本數則越多（Bentler & Chou, 1987），若樣本數不足，估計可能不穩定。指標信度方面，由於相乘項指標的信度受原始變項的信度與其間相關影響（Busemeyer & Jones, 1983），若相乘項的信度不高，可能對估計造成影響，過低的信度可能嚴重地限制推論上的有效性（Moosbrugger et al., 1997）。因此，分析不同方法與交乘項策略組合時，亦需考量樣本數與指標信度等資料特性，方能提供研究者適切建議。

本研究目的在Marsh等人（2004）與Lee等人（2004）研究基礎上，藉操弄不同樣本人數與指標信度（利用負載量操弄）之資料屬性，評估四種能於多數SEM軟體執行的中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序、部分限制式方法及未限制式方法等，搭配單一配對、兩兩配對及所有配對型式，對潛在交互作用模型與潛在二次非線性模型估計之影響，以瞭解不同組合之估計表現；期冀針對各種情形，建議適當分析方法與交乘項策略之組合，以提供研究者於實徵研究上，適切估計潛在交互作用與非線性效果。在說明正式實驗設計前，以下先介紹四種估計方法於潛在交互作用模型與潛在二次模型之設定。

（二）潛在交互作用模型之四種估計方法

1. 中心化限制式方法

限制式方法源起於Kenny與Judd（1984）引進交乘項作為潛在交互作用項之觀察指標，設定模型非線性限制式，用以估計潛在交互作用項效果，Jöreskog與Yang（1996）則認為應納入平均數結構以避免偏誤。Algina與Moulder（2001）則顯示Jöreskog與Yang程序以LISREL 8.3版進行分析時不易收斂，建議將外生潛在變項觀察指標處理為平均數平移為零，此不但能解決不易收斂問題，同時亦能簡化模型設定。

作者為確認LISREL 8.7版是否解決Jöreskog與Yang程序未收斂問題，重複Algina與Moulder（2001）研究，結果顯示未收斂情況與Algina與Moulder研究類似。考量LISREL執行時可能遭遇過多未收斂問題，未考慮採用Jöreskog與Yang程序，而採用Algina與Moulder修正之Jöreskog與Yang程序，即中心化限制式方法。

假設潛在交互作用模型包括二潛在變項與

一潛在內生變項，各潛在變項有三個指標，中心化限制式方法搭配兩兩配對交乘項，以Jöreskog-Keesling-Wiley模型（簡稱JKW模型，如Bollen, 1989）表示，其迴歸式與測量模式如下：

$$\eta = \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \gamma_3 \xi_1 \xi_2 + \zeta. \quad (1)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 - \mu_{x1} \\ x_2 - \mu_{x2} \\ x_3 - \mu_{x3} \\ x_4 - \mu_{x4} \\ x_5 - \mu_{x5} \\ x_6 - \mu_{x6} \\ (x_1 - \mu_{x1})(x_4 - \mu_{x4}) \\ (x_2 - \mu_{x2})(x_5 - \mu_{x5}) \\ (x_3 - \mu_{x3})(x_6 - \mu_{x6}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_{x2} & 0 & 0 \\ \lambda_{x3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_{x5} & 0 \\ 0 & \lambda_{x6} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_{x2} \lambda_{x5} \\ 0 & 0 & \lambda_{x3} \lambda_{x6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_1 \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{y1} \\ \tau_{y2} \\ \tau_{y3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_{y2} \\ \lambda_{y3} \end{bmatrix} [\eta] + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

中心化限制式方法所需限制式可分為五部分，第一部分牽涉到交乘項在潛在交互作用項上的負載，如式(2)顯示，交乘項負載恰為構作它的指標負載的乘積，無需自由估計。第二部分牽涉到交乘項的截距，在潛在交互作用模型中，經將觀察指標中心化後此項為零，但在潛在非線性模型中，此截距可由誤差（ δ ）變異數導出，並非為零。第三部分則是誤差共變數矩陣，交乘項與構作它的指標，其誤差間可能有共變，不同交乘項若構作指標重複，亦可能有共變，在假設 ξ_1 、 ξ_2 、 δ 為多元常態下，共變的大小可利用期望值運算導出。第四部分牽涉到潛在變項的平均數，即使原潛在變項平均數設定為零，但潛在交乘項之期望值將等於原潛在變項共變數，亦可由其他參數導出。第五部分則牽涉到潛在變項與潛在相互作用項間的共變數，在假設與為多元常態下，此共變數亦可以導出。所需限制式之推導與程式設定請見附錄1與附錄2。

2. Jaccard與Wan程序

Jaccard與Wan程序與中心化限制式方法類似，差別僅在於需將內生潛在變項指標處理成平均數平移為零，且不納入平均數結構，故參數設定除未包含第二與第四部分，即指標截距與潛在交乘項之平均數，其餘限制式皆與中心化限制式方法同。

3. 部分限制式方法

中心化限制式方法第三部分與第五部分限制式的

推導乃基於潛在變項為多元常態分配之假設，Wall與Amemiya（2001）認為此假設未必符合實際情境，提出了部分限制式方法，並以模擬顯示當外生潛在變項為非常態時，Kenny與Judd（1984）的限制式方法在估計潛在交互作用項效果時有偏誤。

Marsh等人（2004）則基於Wall與Amemiya（2001）之推衍，將外生潛在變項共變數矩陣所有元素設定為自由參數，即放棄第五部分限制，並指出非常態資料下，部分限制式方法較中心化限制式方法偏誤小，且當樣本增加，偏誤隨之降低。其限制參數設定，除未包含第五部分潛在變項共變數之限制外，其餘限制式皆與中心化限制式方法同。

4. 未限制式方法

Marsh等人（2004）提出未限制式方法，僅需設定潛在交互作用項的平均數，其他限制式皆不設定，對實務者操作較簡易，但自由參數數目則較多。

（三）潛在非線性模型之四種估計方法

Kenny與Judd（1984）除分析潛在交互作用項效果外，亦處理潛在二次項效果，潛在交互作用項與二次項效果同屬非線性效果，常會一起考量（Marsh et al, 2006; Neale, 1998; Ping, 1998; Tate, 1998; Wall & Amemiya, 2001; Wood & Erickson, 1998）。假設模型包括二潛在在外生變項與一潛在內生變項，各潛在變項有三個指標，若僅考慮一個潛在變項的二次效果，式(4)為MQ（潛在二次模型）之迴歸式，若搭配兩兩配對交乘項，則外生潛在變項之測量部分如式(5)，內生潛在變項之測量部分同式(3)。

$$\eta = \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \gamma_3 \xi_1^2 + \zeta. \quad (4)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 - \mu_{x1} \\ x_2 - \mu_{x2} \\ x_3 - \mu_{x3} \\ x_4 - \mu_{x4} \\ x_5 - \mu_{x5} \\ x_6 - \mu_{x6} \\ (x_1 - \mu_{x1})^2 \\ (x_2 - \mu_{x2})^2 \\ (x_3 - \mu_{x3})^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_{x7}^* \\ \tau_{x8}^* \\ \tau_{x9}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_{x2} & 0 & 0 \\ \lambda_{x3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_{x5} & 0 \\ 0 & \lambda_{x6} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_{x2}^2 \\ 0 & 0 & \lambda_{x3}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_1^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ \delta_8 \\ \delta_9 \end{bmatrix} \quad (5)$$

MIQ（潛在交互作用與二次模型）內生潛在變項與外生潛在變項之結構部分如式(6)，引進之交乘項指標，需包括不同潛在變項之指標交乘項以作為潛在交

互作用項指標，以及指標平方項以作為潛在二次項指標。相較於MI時，MQ與MIQ因為引進指標平方項，即使指標經過中心化，平方項需設定截距，即前述第二部分限制式。中心化限制式方法處理MQ與MIQ所需之限制式推導與LISREL程式，請見附錄1與附錄2。

$$\eta = \gamma_1 \zeta_1 + \gamma_2 \zeta_2 + \gamma_3 \zeta_1 \zeta_2 + \gamma_4 \zeta_1^2 + \gamma_5 \zeta_2^2 + \zeta. \quad (6)$$

相較於中心化限制式方法，Jaccard與Wan程序不納入平均數結構，故參數設定未包含限制式截距部分，即第二與第四部分；部分限制式方法則需刪除第五部分，即潛在變項共變數之限制；未限制式方法則需設定潛在交互作用項與潛在二次項的平均數外，其他限制式皆不需設定。

四種方法主要差異在於限制式，限制式對估計的影響可能產生於限制式數量與限制式是否與資料一致兩方面。首先，在限制式數量方面，限制式越多，使用者需要較多的推導與程式設定，較為複雜，但需要估計的自由參數則較少。由於結構方程模型分析所需樣本數與自由參數有關（Bentler & Chou, 1987），減少限制式雖能簡化SEM軟體程式設定，但可能因而需要較多樣本數，才能得到穩定（即標準誤較小）參數估計值，如果樣本數過少，可能會有未收斂或是不適當解情形。

其次，不同的方法所用限制式不同，如果使用的假設與資料不一致，則估計可能產生偏誤，但若使用的限制式假設與資料一致，加入限制式能減少參數數目，進而易得到穩定的估計。在限制式中，第三與第五部分限制式的推導需要關於潛在變項與測量誤差為常態分配的假設，如果潛在變項並非常態分配，則採用第五部分限制式的方法，包括中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序，都可能產生估計偏誤。另一方面，如果測量誤差並非常態分配，則除了未限制式方法，其他方法皆可能產生偏誤。在分配假設之外，Jaccard與Wan程序未考慮潛在交互作用項平均數，相當於假設潛在變項共變數為零，如果潛在變項共變數較大，則亦可能讓Jaccard與Wan程序產生偏誤（Moulder & Algina, 2002）。

在四種方法中，所需估計之自由參數數目以中心化限制式方法與Jaccard與Wan程序較少，部分限制式方法與未限制式方法較多。當交乘項組合由單一配對、兩兩配對到所有配對組合時，在中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序及部分限制式方法中，新增之參數皆可由原有參數導出，因此自由參數數目不變，模型自由度增加，但未限制式方法自由參數數目則隨之增多。

在本研究中，主要著重於探討四種分析方法與交乘項策略在MI、MQ及MIQ三種模型中的表現，暫不處理分配假設可能的效果，因此四種分析方法與交乘項策略搭配的效果，可能主要在參數數目上。在同一種交乘項策略中，使用中心化限制式方法與Jaccard與Wan程序的自由參數最少，因此其參數標準誤可能較小。如果固定分析方法，在中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序及部分限制式方法中，增加交乘項會加入資料，但自由參數不變，其參數標準誤可能隨之變小，但在未限制式方法中，增加交乘項時除加入資料外，自由參數則亦增加，標準誤的變化則較難預期。

研究方法

（一）研究模型

本研究探討非線性結構方程模型的估計，共包括三種模型，其結構模式分別為式(1)、(4)及(6)，測量模式則視選定交乘項多寡而定。潛在外生變項符合標準常態分配，兩變項共變數設定為.30，潛在內生變項變異數亦設定為1。潛在外生變項觀察指標因素負載量為操弄變項，截距則設定為零。模型之內生潛在變項觀察指標因素負載量皆設定為.70，截距亦設定為零。

模擬模型中 $\gamma_1 = \gamma_2 = .40$ 且 $\gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = .20$ ，式(1)之交互作用項效果佔潛在內生變項變異之4.36%，式(4)之二次項效果佔8%，式(6)之交互作用與二次項效果則共佔20.36%。

（二）操弄變項

本研究操弄四個變項，包含外生潛在變項負載量、樣本人數、分析方法及交乘項策略。外生潛在變項負載量設定為.50、.70及.90，用以表示較差、可接受、及良好之因素負載量。樣本人數方面，本研究沿用Marsh等人（2004）樣本人數設定，以100、200及500三種情況分別表示小樣本、中樣本及大樣本。此設定與Jaccard與Wan（1995）研究類似，Jaccard與Wan回顧1992年發表於美國心理學會之期刊所有使用多元迴歸分析（包含無交乘項情況與有交乘項情況）研究，整理出中樣本約為175人，大樣本約為400人。分析方法則包括中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序、部分限制式方法及未限制式方法等四種方法。交乘項策略之操弄同Marsh等人，設定為單一配對、兩兩配對及所有配對等三種情況。Marsh等人分析MI情境，本研

究依據Marsh等人配對型式設定，推衍至MQ與MIQ情境，三種模型類型交乘項配對型式請參見表1。

(三) 依變項與資料分析

依變項包括適當解與參數估計兩部分。在適當解部分，將分析三種模型類型下，各操弄變項組合適當解比率；適當解比率依據Marsh等人（2004）所定義，排除未收斂解（non-convergence）與不適當解（improper solution）後所得適當解個數與複製（replication）次數之比值為適當解比率。當變異數估計是負數時，即視為不適當解。

參數估計的分析部分，先計算偏誤（bias），即參數估計值減去母體參數的差值，其次計算每種操弄變項組合之平均偏誤（mean bias; Moulder & Algina, 2002）與RMSE。分別以偏誤、平均偏誤及RMSE為依變項，探討三種模型類型下，操弄變項對主要效果與非線性效果參數的效果量（effect size, η^2 ），效果量計算為操弄變項造成之離均差平方和與總離均差平方和的比率。此外，亦呈現各變項組合在非線性效果之

參數估計值之平均偏誤、實徵標準誤及RMSE，以瞭解操弄變項之相對影響力。參數估計部分的分析，僅採已收斂之適當解。

(四) 模擬流程

設定三種模型類型情境，在3（三種外生潛在變項負載量） \times 3（三種樣本人數）組合下，依條件以PRELIS 2產生樣本，每個情況複製500次，再針對每筆資料以LISREL 8.7進行4（四種分析方法） \times 3（三種交乘項策略）組合分析。

參數數目隨不同模型類型、分析方法及交乘項配對型式而改變，三種模型於不同交乘項策略與分析方法組合估計參數數目請參見表2。由於不同複雜度之模型所需疊代次數（number of iterations）可能不同，本研究於MI與MQ下，設定疊代次數為1000；MIQ下，四種分析方法於單一配對組合，疊代次數設定為1000次，兩兩配對或所有配對組合，設定為5000次。此外，自由參數起始值（start value）皆設定在母體真實值。

表1 三種模型類型交乘項配對型式

模型類型	交乘項配對型式
MI	
單一配對	x_1x_4
兩兩配對	x_1x_4, x_2x_5, x_3x_6
所有配對	$x_1x_4, x_1x_5, x_1x_6, x_2x_4, x_2x_5, x_2x_6, x_3x_4, x_3x_5, x_3x_6$
MQ	
單一配對	x_1x_1
兩兩配對	x_1x_1, x_2x_2, x_3x_3
所有配對	$x_1x_1, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_2, x_2x_3, x_3x_3$
MIQ	
單一配對	x_1x_4, x_1x_1, x_4x_4
兩兩配對	$x_1x_4, x_2x_5, x_3x_6, x_1x_1, x_2x_2, x_3x_3, x_4x_4, x_5x_5, x_6x_6$
所有配對	$x_1x_4, x_1x_5, x_1x_6, x_2x_4, x_2x_5, x_2x_6, x_3x_4, x_3x_5, x_3x_6$
	$x_1x_1, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_2, x_2x_3, x_3x_3$
	$x_4x_4, x_4x_5, x_4x_6, x_5x_5, x_5x_6, x_6x_6$

註：MI為潛在交互作用模型，MQ為潛在二次模型，MIQ為潛在交互作用與二次模型。

結果

(一) 適當解比率

本研究不同操弄情境下，MI與MQ兩模型之未收斂及不適當解比率皆低於一成，MIQ未收斂與不適當解比率則皆低於兩成，除此三種情境（外生潛在變項負載量為.50，樣本人數為100或200；外生潛在變項負載量為.70，樣本為100），三種模型未收斂與不適當解比率則偏高（請參見表3），以部分限制式方法，或未限制式方式搭配兩兩配對或所有配對為最。

(二) 參數估計之評估

三種模型下，四個操弄變項對主要效果與非線性效果參數估計偏誤的相對影響力皆很小（ $\eta^2 < .005$ ），顯示模擬資料主要變異來自為抽樣變異。以平均偏誤與RMSE為依變項時，由於每操弄變項組合內僅有一筆，將最高次項視為殘差進行ANOVA時分析（Milliken & Johnson, 1989）。表4呈現四個操弄變項對平均偏誤的效果量，可以發現，在MI與MQ下，各種效果中，負載量與分析方法兩個主效果最大，交乘項策略組合的主效果則不大，但分析方法與交乘項策略組合的交互作用項，以及負載量、分析方法及交乘項策略組合的三階交互作用都在中效果以上。相對於其他變項來說，分析方法與交乘項策略組合對平均偏誤有一定的影響力。表5呈現操弄變項對RMSE的效果量，可以發現，效果都集中在負載量、樣本數及兩者交互作用上，分析方法的效果則在中效果附近。

在偏誤的大小方面，MI、MQ及MIQ下，主要效

果迴歸係數在各個分析方法與交乘項策略組合中，偏誤皆不大，如換算為相對偏誤（即估計參數值平均減去母體參數值後，再除以母體參數值），除部分限制式方法最高14%外，其餘都在10%內。

表6進一步顯示MI、MQ及MIQ下，非線性效果迴歸係數在各個分析方法與交乘項策略組合中的平均偏誤與實徵標準誤。可以發現部分限制式方法與未限制式方法之平均偏誤通常偏大，換算為相對偏誤，兩者分別最高達65%與53%。MI與MQ下，當外生潛在變項負載量為.50且樣本人數為100與200、外生潛在變項負載量為.70且樣本人數為100，部分限制式方法與未限制式方法（單一配對例外）平均偏誤通常較其他兩法大；MIQ下，當外生潛在變項負載量為.50且樣本人數為100、200或500、外生潛在變項負載量為.70且樣本人數為100時，部分限制式方法與未限制式方法平均偏誤變化較大，無論交乘項配對策略為何，平均偏誤通常較其他大。

標準誤方面，一般來說，部分限制式方法與未限制式方法之標準誤較大，當負載量較小或樣本數較小時尤為明顯。中心化限制式方法、Jaccard與Wan程序及部分限制式方法，除在負載量較小或樣本數較小時外，當使用的交乘項組合越多，標準誤越小，與預期一致。

在RMSE方面，三種模型類型無論交乘項策略為何，部分限制式方法在主要效果迴歸係數上較其他三法有較大RMSE，以外生潛在變項負載量較低且樣本較小時明顯，其他三法則表現相近。表7呈現所有情境下非線性效果之RMSE。三種模型類型無論交乘項策略為何，中心化限制式方法與Jaccard與Wan程序在非線性效果迴歸係數上較其他兩法有較低RMSE（未

表2 三種模型類型之分析方法與交乘項策略組合估計參數數目

模型類型 配對型式 方法	MI			MQ			MIQ		
	ONE (1)	MAT (3)	ALL (9)	ONE (1)	MAT (3)	ALL (6)	ONE (3)	MAT (9)	ALL (21)
CON	25	25	25	25	25	25	27	27	27
JW	22	22	22	22	22	22	24	24	24
PC	28	28	28	28	28	28	39	39	39
UNC	26	31	61	27	34	49	34	60	168

註：MI為潛在交互作用模型，MQ為潛在二次模型，MIQ為潛在交互作用與二次模型；CON為中心化限制式方法，JW為Jaccard & Wan程序，PC為部分限制式方法，UNC為未限制式方法；ONE為單一配對，MAT為兩兩配對，ALL為所有配對，括號內數字為此時交乘項數目。

表3 三種模型類型在不同情境之未收斂率與不適當解比率

配對型式	未收斂率 (%)			不適當解 (%)			
	ONE	MAT	ALL	ONE	MAT	ALL	
負載量 = .50, 樣本人數 = 100							
MI	CON	0.8	1.0	1.0	8.6	7.0	12.6
	JW	0.8	1.0	1.0	8.6	8.0	12.2
	PC	13.4	8.4	4.6	8.6	8.4	14.0
	UNC	1.2	9.4	16.0	9.0	28.0	19.6
MQ	CON	4.2	1.4	1.6	7.8	7.0	10.8
	JW	4.2	1.4	2.0	7.8	7.2	10.0
	PC	25.4	11.8	7.6	7.2	8.0	11.8
	UNC	5.0	14.6	12.8	9.0	29.0	15.2
MIQ	CON	30.6	26.2	15.8	6.6	7.2	10.6
	JW	30.0	26.6	16.6	7.0	7.2	9.8
	PC	74.0	69.0	50.0	6.2	8.8	11.0
	UNC	31.4	72.4	62.4	10.2	17.0	15.0
負載量 = .50, 樣本人數 = 200							
MI	CON	0.2	0.0	0.0	0.8	1.2	2.4
	JW	0.2	0.0	0.0	1.0	1.4	2.8
	PC	4.8	0.6	0.0	1.2	1.4	3.0
	UNC	0.0	1.8	2.0	0.8	12.8	7.2
MQ	CON	0.2	0.0	0.0	1.0	1.2	2.6
	JW	0.2	0.0	0.0	1.0	1.2	2.8
	PC	8.4	3.2	1.2	0.6	1.4	2.8
	UNC	0.4	5.0	3.2	1.0	18.2	2.0
MIQ	CON	12.6	7.2	3.0	0.4	2.6	2.2
	JW	12.2	6.8	3.0	0.4	3.0	2.2
	PC	49.0	34.0	20.2	0.6	2.2	1.8
	UNC	14.8	40.6	31.2	1.8	19.0	5.2
負載量 = .70, 樣本人數 = 100							
MI	CON	0.0	0.0	0.0	0.6	0.8	1.6
	JW	0.0	0.0	0.0	0.4	0.2	2.0
	PC	2.8	0.0	0.0	0.8	1.0	1.8
	UNC	0.0	0.6	0.6	1.2	5.4	4.8
MQ	CON	0.4	0.0	0.2	0.4	0.2	0.2
	JW	0.4	0.0	0.0	0.4	0.2	0.2
	PC	9.0	0.2	0.2	0.6	0.8	0.6
	UNC	0.2	1.8	0.0	2.2	9.2	1.6
MIQ	CON	15.4	4.2	2.8	0.4	2.6	1.0
	JW	15.8	4.4	2.8	0.4	2.2	1.2
	PC	53.8	13.2	8.6	1.0	2.8	1.4
	UNC	15.6	14.0	11.0	3.2	16.4	5.4

註：MI為潛在交互作用模型，MQ為潛在二次模型，MIQ為潛在交互作用與二次模型；CON為中心化限制式方法，JW為Jaccard & Wan程序，PC為部分限制式方法，UNC為未限制式方法；ONE為單一配對，MAT為兩兩配對，ALL為所有配對。

表4 三種模型中操弄變項對平均偏誤的效果量

模型類型	MI	MQ	MIQ		
參數	$\gamma_{\xi_1\xi_2}$	$\gamma_{\xi_1\xi_1}$	$\gamma_{\xi_1\xi_2}$	$\gamma_{\xi_1\xi_1}$	$\gamma_{\xi_2\xi_2}$
L	.129***	.204***	.262***	.024	.068**
N	.095***	.100***	.020	.012	.044
M	.168***	.160***	.006	.120***	.167***
P	.039***	.019**	.040	.143***	.028
L*N	.038***	.052***	.012	.105**	.007
L*M	.105***	.099***	.035	.035	.062
L*P	.051***	.047***	.013	.086**	.053*
N*M	.057***	.042**	.061	.020	.045
N*P	.019**	.019*	.028	.081**	.043
M*P	.109***	.081***	.057	.049	.137**
L*N*M	.033*	.020	.030	.107*	.024
L*N*P	.036**	.038*	.024	.045	.048
L*M*P	.060**	.063**	.198*	.059	.058
N*M*P	.034*	.024	.041	.027	.110
Residual	.027	.035	.175	.088	.107

註：MI為潛在交互作用模型，MQ為潛在二次模型，MIQ為潛在交互作用與二次模型。

L為外生潛在變項負載量，N為樣本人數，M為分析方法，P為交乘項策略。

粗體標示者為 > .138，表大效果量以上。

* $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

表5 三種模型中操弄變項對RMSE的效果量

模型類型	MI	MQ	MIQ		
參數	$\gamma_{\xi_1\xi_2}$	$\gamma_{\xi_1\xi_1}$	$\gamma_{\xi_1\xi_2}$	$\gamma_{\xi_1\xi_1}$	$\gamma_{\xi_2\xi_2}$
L	.273***	.341***	.355***	.331***	.379***
N	.377***	.375***	.290***	.310***	.296***
M	.053***	.054***	.070***	.072***	.045***
P	.002	.001	.023***	.010**	.011**
L*N	.078***	.073***	.046***	.062***	.064***
L*M	.049***	.035***	.035***	.046***	.020*
L*P	.007	.011*	.043***	.025***	.030***
N*M	.028**	.019**	.010**	.021**	.007
N*P	.002	.001	.021***	.009*	.017**
M*P	.027**	.018*	.035***	.026**	.032**
L*N*M	.027*	.011	.015**	.015	.009
L*N*P	.011	.007	.017**	.011	.019*
L*M*P	.026*	.022	.019**	.024*	.024
N*M*P	.017	.013	.011*	.021	.024
Residual	.023	.021	.010	.019	.023

註：MI為潛在交互作用模型，MQ為潛在二次模型，MIQ為潛在交互作用與二次模型。

L為外生潛在變項負載量，N為樣本人數，M為分析方法，P為交乘項策略。

粗體標示者為 > .138，表大效果量以上。

* $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

表6 三種模型類型在不同情境之非線性效果迴歸係數之平均偏誤與實徵標準誤

MI	參數 $\gamma_{\xi_1 \xi_2} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
	100	200	500	100	200	500	100	200	500
樣本人數									
CON-ONE	-.004(.239)	.008(.152)	.001(.085)	.000(.167)	.006(.113)	.001(.067)	.005(.118)	.005(.081)	.001(.049)
JW-ONE	.003(.255)	.011(.154)	.002(.085)	.002(.170)	.007(.114)	.001(.067)	.005(.119)	.006(.081)	.001(.049)
PC-ONE	.047(.363)	.052(.265)	.018(.125)	.062(.309)	.035(.170)	.007(.077)	.017(.138)	.011(.087)	.003(.050)
UNC-ONE	-.010(.232)	.004(.153)	.000(.085)	-.007(.166)	.001(.113)	.000(.068)	-.001(.118)	.003(.083)	.001(.052)
CON-MAT	.013(.200)	.011(.140)	.002(.080)	.006(.147)	.007(.098)	.002(.059)	.007(.110)	.006(.073)	.002(.045)
JW-MAT	.013(.202)	.013(.140)	.003(.081)	.006(.148)	.008(.098)	.002(.060)	.007(.110)	.006(.073)	.002(.046)
PC-MAT	.078(.387)	.044(.228)	.010(.094)	.021(.233)	.014(.108)	.004(.062)	.009(.113)	.007(.074)	.003(.046)
UNC-MAT	.086(.425)	.059(.266)	.017(.124)	.023(.195)	.011(.111)	.004(.066)	.008(.114)	.006(.075)	.003(.046)
CON-ALL	.005(.196)	.006(.128)	.000(.075)	-.001(.138)	.004(.093)	.001(.057)	.005(.109)	.005(.072)	.002(.045)
JW-ALL	.006(.201)	.007(.129)	.000(.075)	-.001(.139)	.004(.093)	.001(.057)	.005(.109)	.005(.072)	.002(.045)
PC-ALL	.040(.354)	.025(.165)	.006(.089)	.009(.170)	.009(.100)	.003(.060)	.007(.112)	.006(.073)	.003(.046)
UNC-ALL	.045(.583)	.027(.209)	.004(.097)	.005(.181)	.005(.103)	.001(.062)	.004(.112)	.005(.074)	.002(.046)
MQ	參數 $\gamma_{\xi_1 \xi_1} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
樣本人數	100	200	500	100	200	500	100	200	500
CON-ONE	.011(.240)	.012(.148)	.003(.078)	.009(.162)	.004(.102)	.001(.057)	.001(.102)	.001(.067)	.002(.039)
JW-ONE	.012(.242)	.012(.148)	.003(.079)	.010(.163)	.005(.103)	.002(.057)	.001(.102)	.001(.067)	.002(.039)
PC-ONE	.019(.268)	.034(.192)	.028(.128)	.061(.243)	.033(.159)	.013(.079)	.015(.117)	.006(.072)	.004(.041)
UNC-ONE	.002(.222)	.010(.152)	.001(.080)	.000(.158)	.003(.106)	-.001(.061)	-.001(.109)	.001(.075)	.000(.045)
CON-MAT	.017(.207)	.005(.127)	.004(.071)	.007(.127)	.003(.086)	.002(.048)	.002(.087)	.002(.060)	.002(.035)
JW-MAT	.017(.208)	.006(.128)	.004(.071)	.008(.129)	.003(.087)	.003(.049)	.003(.087)	.002(.061)	.002(.035)
PC-MAT	.075(.341)	.032(.192)	.016(.093)	.036(.191)	.012(.101)	.005(.052)	.005(.089)	.003(.062)	.003(.036)
UNC-MAT	.100(.339)	.074(.230)	.031(.121)	.048(.247)	.012(.113)	.005(.056)	.004(.091)	.002(.063)	.003(.036)
CON-ALL	.016(.179)	.006(.130)	.002(.071)	.000(.117)	.001(.083)	.001(.047)	.001(.085)	.002(.060)	.002(.035)
JW-ALL	.018(.184)	.007(.134)	.002(.071)	.000(.117)	.001(.084)	.001(.047)	.001(.085)	.002(.060)	.002(.035)
PC-ALL	.077(.334)	.045(.225)	.015(.094)	.027(.172)	.011(.097)	.005(.052)	.004(.088)	.003(.061)	.002(.035)
UNC-ALL	.088(.466)	.034(.207)	.017(.100)	.029(.180)	.008(.093)	.004(.051)	.004(.088)	.002(.061)	.002(.036)

表6 (續)

MIQ	參數 $\gamma_{\xi_1 \xi_2} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
樣本人數	100	200	500	100	200	500	100	200	500
CON-ONE	-.002(.275)	-.008(.183)	-.008(.117)	-.008(.211)	-.001(.157)	-.004(.091)	.003(.139)	.004(.097)	-.001(.058)
JW-ONE	-.001(.275)	-.009(.189)	-.008(.118)	-.008(.212)	.000(.157)	-.004(.091)	.004(.140)	.005(.097)	-.001(.058)
PC-ONE	-.042(.325)	-.033(.357)	-.030(.235)	.032(.317)	.017(.262)	-.013(.147)	.003(.199)	.006(.115)	-.001(.062)
UNC-ONE	-.009(.271)	-.011(.174)	-.003(.122)	-.020(.199)	-.010(.148)	-.001(.095)	-.011(.142)	-.005(.105)	-.001(.068)
CON-MAT	.001(.431)	-.014(.210)	-.006(.113)	.003(.196)	.002(.127)	-.001(.074)	.005(.121)	.005(.079)	.002(.049)
JW-MAT	-.013(.430)	-.012(.209)	-.006(.113)	.003(.195)	.003(.127)	-.001(.074)	.006(.121)	.005(.079)	.002(.049)
PC-MAT	.017(.518)	-.016(.425)	-.034(.223)	-.006(.362)	.003(.177)	-.005(.083)	.006(.130)	.006(.081)	.001(.050)
UNC-MAT	-.008(.741)	.023(.491)	.000(.246)	.002(.535)	.020(.191)	.002(.089)	.008(.129)	.007(.082)	.002(.051)
CON-ALL	-.024(.308)	-.004(.176)	-.004(.096)	-.002(.169)	.003(.114)	.000(.068)	.004(.118)	.004(.076)	.002(.048)
JW-ALL	-.025(.321)	-.004(.177)	-.004(.096)	-.003(.170)	.003(.115)	.000(.068)	.004(.118)	.004(.076)	.002(.048)
PC-ALL	-.001(.417)	.005(.308)	-.022(.184)	-.016(.289)	.002(.148)	-.001(.076)	.005(.125)	.005(.079)	.002(.049)
UNC-ALL	-.031(.451)	-.035(.371)	-.013(.195)	-.016(.290)	.004(.152)	.000(.080)	.007(.128)	.006(.080)	.002(.050)
MIQ	參數 $\gamma_{\xi_1 \xi_1} = .20$								
樣本人數	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
樣本人數	100	200	500	100	200	500	100	200	500
CON-ONE	-.036(.185)	-.006(.129)	-.001(.082)	-.013(.159)	.001(.106)	.001(.061)	-.002(.105)	-.001(.067)	.001(.039)
JW-ONE	-.032(.204)	-.005(.130)	-.001(.083)	-.013(.159)	.001(.106)	.001(.061)	-.002(.105)	.000(.067)	.001(.039)
PC-ONE	-.023(.394)	-.011(.226)	.027(.148)	-.001(.222)	.016(.171)	.019(.090)	.019(.143)	.008(.079)	.005(.041)
UNC-ONE	-.054(.190)	-.011(.137)	-.003(.090)	-.020(.152)	-.004(.115)	-.001(.072)	-.004(.115)	.000(.082)	-.001(.052)
CON-MAT	.009(.263)	.005(.141)	.004(.081)	.007(.144)	.003(.092)	.003(.050)	.002(.087)	.001(.059)	.002(.033)
JW-MAT	.015(.267)	.004(.140)	.004(.081)	.009(.145)	.003(.092)	.003(.051)	.002(.088)	.001(.059)	.002(.034)
PC-MAT	.052(.362)	.023(.284)	.029(.165)	.043(.231)	.016(.124)	.009(.058)	.007(.093)	.003(.061)	.003(.034)
UNC-MAT	-.054(.632)	.014(.228)	.031(.152)	.051(.281)	.014(.130)	.008(.062)	.006(.093)	.002(.062)	.003(.035)
CON-ALL	.001(.204)	.004(.130)	.001(.072)	.001(.122)	.001(.083)	.001(.047)	.000(.084)	.000(.057)	.002(.033)
JW-ALL	.003(.210)	.005(.131)	.001(.072)	.002(.123)	.001(.083)	.001(.047)	.000(.084)	.000(.057)	.002(.033)
PC-ALL	.002(.304)	.021(.186)	.026(.134)	.038(.199)	.016(.108)	.007(.054)	.005(.089)	.002(.059)	.003(.033)
UNC-ALL	.010(.440)	.036(.231)	.027(.141)	.041(.207)	.012(.105)	.006(.055)	.005(.090)	.001(.059)	.002(.034)

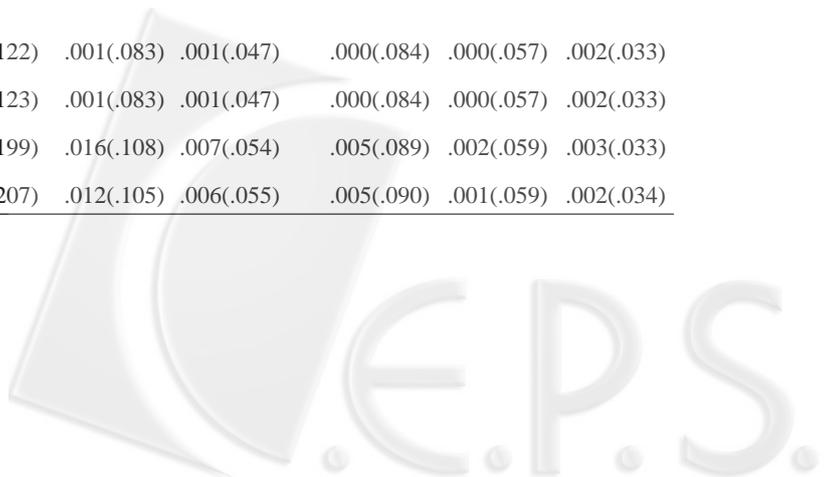


表6 (續)

MIQ	參數 $\gamma_{\xi_2\xi_2} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
	100	200	500	100	200	500	100	200	500
CON-ONE	-.029(.202)	-.006(.151)	.012(.093)	-.003(.154)	.006(.115)	.006(.064)	.010(.097)	.003(.065)	.002(.039)
JW-ONE	-.027(.204)	-.003(.155)	.012(.093)	-.003(.155)	.007(.115)	.006(.064)	.010(.098)	.003(.066)	.002(.039)
PC-ONE	.074(.281)	.031(.256)	.044(.163)	.058(.252)	.032(.177)	.027(.098)	.032(.134)	.013(.074)	.006(.041)
UNC-ONE	-.047(.186)	-.017(.146)	.002(.096)	-.020(.149)	-.007(.114)	.000(.073)	-.003(.104)	-.002(.079)	-.002(.052)
CON-MAT	-.005(.368)	.017(.163)	.006(.086)	.011(.142)	.005(.089)	.002(.051)	.006(.080)	.002(.053)	.001(.033)
JW-MAT	.011(.297)	.017(.160)	.007(.086)	.012(.140)	.006(.089)	.002(.051)	.006(.080)	.002(.053)	.001(.033)
PC-MAT	.008(.284)	.024(.259)	.033(.151)	.046(.248)	.021(.116)	.008(.058)	.010(.083)	.004(.054)	.002(.033)
UNC-MAT	.129(.597)	.002(.289)	.029(.167)	.056(.346)	.014(.131)	.004(.061)	.006(.084)	.003(.055)	.002(.034)
CON-ALL	.029(.278)	.008(.137)	.005(.075)	.012(.132)	.003(.081)	.002(.049)	.005(.079)	.001(.052)	.001(.033)
JW-ALL	.025(.279)	.007(.138)	.005(.075)	.014(.132)	.002(.080)	.002(.049)	.005(.079)	.001(.052)	.001(.033)
PC-ALL	.105(.408)	.033(.224)	.026(.117)	.041(.196)	.018(.100)	.008(.054)	.009(.082)	.004(.053)	.002(.033)
UNC-ALL	.036(.288)	.040(.229)	.021(.124)	.022(.181)	.011(.102)	.005(.054)	.005(.084)	.002(.053)	.001(.033)

註：MI為潛在交互作用模型，MQ為潛在二次模型，MIQ為潛在交互作用與二次模型；CON為中心化限制式方法，JW為Jaccard & Wan程序，PC為部分限制式方法，UNC為未限制式方法；ONE為單一配對，MAT為兩兩配對，ALL為所有配對。

限制式方法於單一配對組合例外)，且此兩法搭配所有配對組合，於大部分情況中較其他兩種配對型式RMSE低。MI、MQ及MIQ下，非線性效果迴歸係數在部分限制式方法於三種配對組合、未限制式方法於兩兩配對與所有配對組合之RMSE較其他組合大，以外生潛在變項為.50且樣本人數為100與200、外生潛在變項負載量為.70且樣本人數為100時較明顯，MIQ下，外生潛在變項負載量為.50且樣本人數為500時亦明顯；然當三種模型類型於外生潛在變項負載量為.90時，所有組合之RMSE表現則相近。

結論與討論

本研究結果顯示，較複雜之MIQ未收斂率與不適當解較MI及MQ嚴重，且當樣本人數或外生潛在變項負載量提升時，未收斂率與不適當解比率皆隨之降低。部分限制式方法於三種配對組合、未限制式方法於兩兩配對與所有配對組合較其他組合有較高未收斂率。Boomsma與Hoogland (2001) 說明以SEM分析小樣本資料 ($N < 200$) 可能會面臨到無法收斂與不適當解的問題，當模型需較多參數估計時，情形可能會更惡化。在三種模型中，MIQ參數較多，可能使其未收斂率與不適當解較MI及MQ高，此時如果搭配需較

多參數分析方法與配對組合，情形可能會更加嚴重，以未限制式方法搭配所有配對組合為例，此時共有168個參數，即使樣本數為500，樣本數與參數數目比值亦低於一般建議的5倍 (Bentler & Chou, 1987)，如果樣本數更少，則情形可能更加嚴重。

研究亦發現任一分析方法與交乘項配對組合，皆未能明顯提升潛在交互作用或二次項之估計準確性，此部分結論與Marsh等人 (2004) 及Lee等人 (2004) 不一致，但與Moulder與Algina (2002) 研究近似，此乃因資料分析單位不同所致。本研究與Moulder與Algina以每一筆適當解的偏誤為分析單位，發現各變項造成之變異需遠大於抽樣誤差 (即各筆適當解間變異)，方能於變異數分析中顯示其效果。本研究結果顯示相較於抽樣變異影響，此兩變項所造成變異的效果相當小。Marsh等人與Lee等人則以各情境內平均偏誤及RMSE為分析單位進行推論，因此抽樣造成的變異被縮小，本研究表4與表5即採用同樣分析單位，除以下提及的特殊情形外，本研究顯示之方法結果則與Marsh等人及Lee等人研究一致。以各情境內平均偏誤為單位進行分析，雖較能看出方法結果，但在無法看出抽樣變異大小下，較難評估單一實徵研究採用這些策略組合的效果。

以平均偏誤進行分析，Marsh等人 (2004) 發

表7 三種模型類型在不同情境之非線性效果迴歸係數之RMSE

MI	參數 $\gamma_{\xi_1 \xi_2} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
	100	200	500	100	200	500	100	200	500
樣本人數									
CON-ONE	.239	.152	.085	.167	.113	.067	.118	.081	.049
JW-ONE	.255	.155	.085	.170	.114	.067	.119	.081	.049
PC-ONE	.365	.270	.126	.314	.174	.077	.139	.088	.050
UNC-ONE	.232	.153	.085	.166	.113	.068	.118	.083	.052
CON-MAT	.200	.140	.080	.147	.098	.059	.110	.073	.045
JW-MAT	.202	.141	.081	.148	.099	.060	.110	.073	.046
PC-MAT	.395	.232	.095	.234	.109	.063	.113	.074	.046
UNC-MAT	.433	.272	.125	.196	.111	.066	.114	.075	.046
CON-ALL	.196	.128	.075	.137	.093	.057	.109	.072	.045
JW-ALL	.201	.129	.075	.139	.093	.057	.109	.072	.045
PC-ALL	.355	.167	.089	.170	.100	.060	.112	.073	.046
UNC-ALL	.584	.210	.097	.181	.103	.062	.112	.074	.046
MQ	參數 $\gamma_{\xi_1 \xi_1} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
	100	200	500	100	200	500	100	200	500
樣本人數									
CON-ONE	.240	.148	.078	.162	.102	.057	.102	.067	.039
JW-ONE	.242	.148	.078	.163	.103	.057	.102	.067	.039
PC-ONE	.268	.195	.131	.250	.163	.080	.117	.072	.041
UNC-ONE	.222	.152	.080	.158	.106	.061	.109	.075	.045
CON-MAT	.208	.127	.071	.127	.086	.048	.086	.060	.035
JW-MAT	.208	.128	.071	.129	.087	.049	.087	.061	.036
PC-MAT	.349	.195	.094	.194	.101	.052	.089	.062	.036
UNC-MAT	.353	.242	.124	.251	.114	.056	.091	.063	.036
CON-ALL	.180	.130	.070	.116	.083	.047	.085	.060	.035
JW-ALL	.184	.134	.071	.117	.084	.047	.085	.060	.035
PC-ALL	.342	.229	.095	.173	.098	.052	.088	.061	.035
UNC-ALL	.474	.210	.102	.182	.093	.051	.088	.061	.036

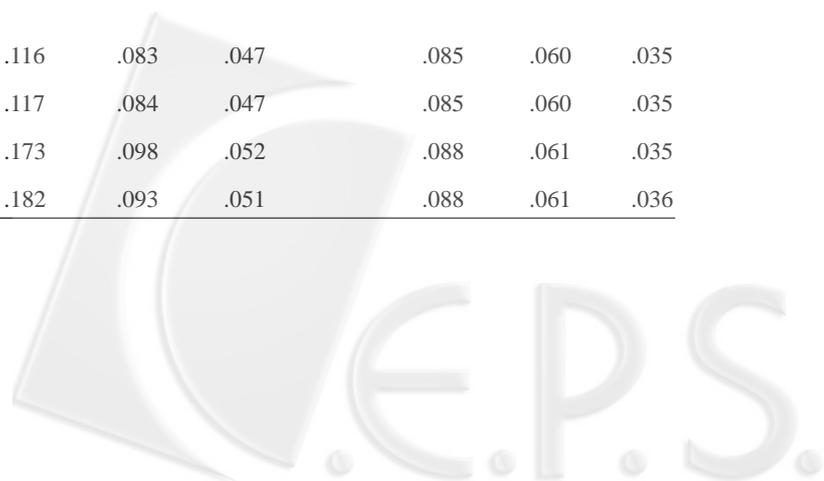


表7 (續)

MIQ	參數 $\gamma_{\xi_1\xi_2} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
	100	200	500	100	200	500	100	200	500
樣本人數									
CON-ONE	.275	.183	.117	.211	.157	.091	.139	.097	.058
JW-ONE	.275	.189	.118	.212	.157	.091	.140	.097	.058
PC-ONE	.326	.357	.236	.318	.262	.147	.199	.115	.062
UNC-ONE	.271	.174	.122	.200	.148	.095	.142	.105	.067
CON-MAT	.430	.211	.113	.196	.127	.074	.121	.079	.049
JW-MAT	.430	.209	.113	.194	.127	.074	.121	.079	.049
PC-MAT	.516	.425	.225	.361	.177	.083	.130	.081	.050
UNC-MAT	.734	.490	.246	.534	.191	.089	.129	.082	.051
CON-ALL	.309	.176	.096	.169	.114	.067	.117	.076	.048
JW-ALL	.321	.177	.096	.170	.115	.067	.117	.076	.048
PC-ALL	.416	.307	.185	.289	.148	.076	.125	.079	.049
UNC-ALL	.450	.373	.195	.290	.152	.080	.128	.080	.050
MIQ	參數 $\gamma_{\xi_1\xi_1} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
樣本人數	100	200	500	100	200	500	100	200	500
CON-ONE	.189	.129	.082	.159	.106	.061	.105	.067	.038
JW-ONE	.207	.130	.083	.160	.106	.061	.105	.067	.039
PC-ONE	.392	.226	.150	.222	.172	.092	.144	.079	.041
UNC-ONE	.197	.137	.090	.153	.115	.072	.115	.082	.052
CON-MAT	.263	.141	.081	.144	.092	.050	.087	.059	.033
JW-MAT	.267	.139	.081	.145	.092	.051	.088	.059	.034
PC-MAT	.365	.284	.168	.235	.125	.059	.093	.061	.034
UNC-MAT	.628	.228	.155	.285	.130	.062	.094	.062	.035
CON-ALL	.204	.129	.072	.122	.083	.047	.084	.057	.033
JW-ALL	.210	.131	.072	.123	.083	.047	.084	.057	.033
PC-ALL	.303	.187	.136	.202	.109	.054	.089	.059	.034
UNC-ALL	.438	.234	.143	.211	.106	.056	.090	.059	.034

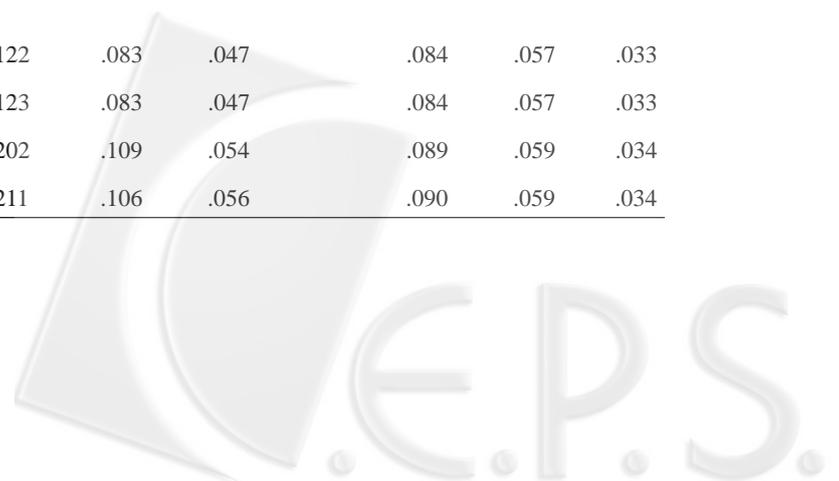


表7 (續)

MIQ	參數 $\gamma_{\xi_2\xi_2} = .20$								
	負載量 = .50			負載量 = .70			負載量 = .90		
	樣本人數	100	200	500	100	200	500	100	200
CON-ONE	.204	.151	.093	.154	.115	.064	.098	.065	.039
JW-ONE	.205	.155	.094	.154	.115	.064	.098	.066	.039
PC-ONE	.289	.258	.168	.258	.180	.101	.138	.075	.042
UNC-ONE	.192	.147	.096	.150	.114	.073	.104	.079	.052
CON-MAT	.368	.163	.086	.142	.089	.051	.080	.053	.033
JW-MAT	.296	.161	.086	.140	.089	.051	.080	.053	.033
PC-MAT	.283	.259	.154	.252	.118	.059	.084	.054	.034
UNC-MAT	.606	.288	.169	.350	.132	.061	.085	.055	.034
CON-ALL	.279	.137	.075	.132	.081	.049	.079	.052	.033
JW-ALL	.279	.138	.076	.133	.080	.049	.079	.052	.033
PC-ALL	.421	.226	.120	.200	.101	.055	.083	.053	.033
UNC-ALL	.289	.232	.126	.182	.102	.054	.084	.053	.033

註：MI為潛在交互作用模型，MQ為潛在二次模型，MIQ為潛在交互作用與二次模型；CON為中心化限制式方法，JW為Jaccard & Wan程序，PC為部分限制式方法，UNC為未限制式方法；ONE為單一配對，MAT為兩兩配對，ALL為所有配對。

現，在MI下，中心化限制式方法較部分限制式方法與未限制式方法有較小偏誤及實徵標準誤，且單一配對較其他兩配對型式有較大實徵標準誤。如果考慮樣本數與負載量，當中等樣本以上 ($N \geq 200$) 與外生潛在變項負載量較大時，中心化限制式方法、部分限制式方法及未限制式方法之主要效果與交互作用效果之偏誤及實徵標準誤相近；當小樣本 ($N = 100$) 與外生潛在變項負載量較小時，則中心化限制式方法較其他兩法有較低實徵標準誤，結果皆與本研究一致。相較於Marsh等人研究，本研究將此結論拓展至MQ與MIQ兩種非線性模型，此外，Marsh等人僅考量負載較高情形 (.70與.90)，本研究則發現即使負載量為.50，結論亦與前述類似，唯負載量為.50相較於.70與.90情況，需增加更大樣本人數，方可降低偏誤與實徵標準誤。

Lee等人 (2004) 於MI結果，與本研究一致，但MQ與MIQ結果則不一致。在MQ下，Lee等人結果顯示，中心化限制式方法於單一配對組合其非線性效果估計有嚴重偏誤，而Jaccard與Wan程序於所有配對組合則表現良好，本研究則顯示兩法平均偏誤皆相對較小。在MIQ下，Lee等人結果則顯示，中心化限制式方法於單一配對組合、Jaccard與Wan程序於所有配對組合，其非線性效果估計有嚴重偏誤，本研究則顯示

兩法平均偏誤皆相對較小。

比較Lee等人 (2004) 與本研究作法，此差異應與限制式設定有關。在MQ與MIQ中，Lee等人將交乘項截距設定為零，同時，當交乘項與平方交乘項共有某些變項時 (例如 x_1x_4 與 x_1^2 或 x_2x_5 與 x_5^2)，Lee等人未設定誤差間有共變，依LISREL預設，相當於設定共變為零。在本研究推導，平方交乘項 (如 x_1^2) 測量誤差期望值非為零，故需增設交乘項截距限制式以符合JKW模型預設 (請見附錄1)，其次，當交乘項與平方交乘項共有某些變項時，其對應誤差間應有共變，而本研究推導則考慮此部分而加入設定 (請見附錄1、2)。

為進一步比較Lee等人 (2004) 與本研究LISREL程式碼設定之差異，作者推導MQ與MIQ母體平均數向量與共變數矩陣，再以本研究設定LISREL語法 (請見附錄2) 分析，結果顯示卡方值為零，模型估計參數皆亦與母體真實值一致。若以Lee等人在MQ與MIQ設定的語法分析母體平均數向量與共變數矩陣，則發現主要效果、交互作用效果及二次項效果之參數估計與母體真實值不一致，且偏誤很大，同時結果與Lee等人研究結果類似。此是否意味Lee等人設定有誤，而此設定是否進而影響研究結果，未來宜進一步確認。

本研究結果亦發現，在三種模型類型之非線性迴歸係數估計方面，部分限制式方法於三種配對組合、未限制式方法於兩兩配對與所有配對組合在大部分情況皆較其他組合有較大平均偏誤及 $RMSE$ ，以小樣本或外生潛在變項負載量差時尤其明顯；且發現四種分析方法在相同外生潛在變項負載量與樣本人數， MIQ 較 MI 與 MQ 有較大平均偏誤及 $RMSE$ ，而在大樣本或測量品質較佳下，四種方法之非線性迴歸係數估計準確性皆相近且良好。此結果可能與參數數目有關，當模型參數較多，若小樣本或測量品質較差，估計可能不佳(Boomsma & Hoogland, 2001)。部分限制式方法與未限制式方法較其他兩法有較多參數，因此在非線性迴歸係數上，估計準確性較差，並以複雜之 MIQ 下愈明顯；若樣本數增加或測量品質改善，則參數數目效果可能降低，因而使四種方法表現接近。

考量各變項組合對適當解比率與參數估計之評估影響，中心化限制式方法與Jaccard與Wan程序表現較其他兩法好(未限制方法於單一配對組合例外)，然Algina與Moulder於2000年評估Kenny與Judd程序，結果顯示當交互作用效果佔內生潛在變項變異較大時(如：35%)，交互作用項係數會有嚴重偏誤，若變異量降至10%以下，偏誤降至很小(轉引自Moulder & Algina, 2002)。Marsh等人(2006)亦指出，除非外生潛在變項共變數很小，否則Kenny與Judd程序、Jaccard與Wan程序未納入平均數結構不適當，故本研究仍不建議使用Jaccard與Wan程序。再者，中心化限制式方法於三種配對型式組合、未限制式方法於單一配對組合之平均偏誤與 $RMSE$ 皆很相似，其中中心化限制式方法搭配所有配對較其他兩種配對型式略好，此四種組合在模型較簡單時(MI 與 MQ)，適當解比率相近；模型較複雜時(MIQ)，則中心化限制式方法於所有配對組合則較其他組合高。故簡單模型下，本研究建議使用此四種組合；複雜模型下，則建議採用中心化限制式方法於所有配對組合。

本研究模擬情境中，潛在變項為常態分配，四種方法在推導限制式時雖未必假設常態分配，但都採用基於常態分配之最大似法。若潛在變項非呈常態分配，分析方法於潛在交互作用項與非線性項的評估表現是否具有強韌性，亦或是宜改採不需假設常態分配的其他估計法，深值探究。Williams等人(2003)則建議採用最大似法併用Satorra-Bentler修正，以處理非常態，唯需進一步模擬驗證。本研究模擬情境侷限於潛在變項為常態分配，且以基於常態分配的最大似法來評估潛在交互作用與非線性模型，後續研究宜考量四種分析方法與估計法搭配的可能影響。

在本研究模擬中，潛在變項所屬觀察指標是同

質的(homogeneous)，即觀察指標具有相同的因素負載量與測量誤差，然此假定於實際情況可能不切實際。當觀察指標異質(heterogeneous)下，如何配對指標，值得進一步探討。

本研究四種方法中，除未限制式方法外，皆包含複雜的非線性限制式，此時起始值的設定便相當重要。在本模擬研究中，起始值皆以母體參數值設定，但在樣本較小且負載量較低情形下，即使設定疊代次數為5000，未收斂率仍相當高。相較於模擬研究，實徵研究難以得知母體參數，因此起始值的設定更為困難，如何適當設定起始值，亟待進一步研究。

本研究僅限於研究四種分析方法，選取的主因乃因這些方法在目前多數軟體可實作，但軟體發展日新月異，其他方法亦可能在短期間在多數軟體中可實作，後續仍須留意相關發展，適切地納入其他方法，系統性地進行評估。

參考文獻

- Algina, J., & Moulder, B. C. (2001). A note on estimating the Jöreskog-Yang model for latent variable interaction using LISREL 8.3. *Structural Equation Modeling, 8*, 40-52.
- Arminger, G., & Muthén, B. O. (1998). A Bayesian approach to nonlinear latent variable models using the Gibbs-Sampler and the Metropolis-Hastings algorithm. *Psychometrika, 63*, 271-300.
- Bauer, D. J. (2005). A semiparametric approach to modeling nonlinear relations among latent variables. *Structural Equation Modeling, 12*, 513-535.
- Bentler, P. M., & Chou, C. P. (1987). Practical issues in structural modeling. *Sociological Methods and Research, 16*, 78-117.
- Bollen, K. A. (1989). *Structural equations with latent variables*. New York: John Wiley & Sons.
- Bollen, K. A., & Paxton, P. (1998). Two-stage least squares estimation of interaction effects. In R. E. Schumacker & G. A. Marcoulides (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling* (pp. 125-151). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Boomsma, A., & Hoogland, J. J. (2001). The robustness of LISREL modeling revisited. In R. Cudeck, S. du Toit, & D. Sörbom (Eds.), *Structural equation modeling: Present and future* (pp. 139-168).

- Lincolnwood, IL: Scientific Software International.
- Busemeyer, J. R., & Jones, L. E. (1983). Analysis of multiplicative combination rules when the causal variables are measured with error. *Psychological Bulletin*, *93*, 549-562.
- Cortina, J. M., Chen, G., & Dunlap, W. P. (2001). Testing interaction effects in LISREL: Examination and illustration of available procedures. *Organizational Research Methods*, *4*, 324-360.
- Jaccard, J., & Wan, C. K. (1995). Measurement error in the analysis of interaction effects between continuous predictors using multiple regression: Multiple indicator and structural equation approaches. *Psychological Bulletin*, *117*, 348-357.
- Jöreskog, K. G., & Yang, F. (1996). Nonlinear structural equation models: The Kenny-Judd model with interaction effects. In G. A. Marcoulides & R. E. Schumacker (Eds.), *Advanced structural equation modeling: Issues and techniques* (pp. 57-88). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kenny, D. A., & Judd, C. M. (1984). Estimating the nonlinear and interactive effects of latent variables. *Psychological Bulletin*, *96*, 201-210.
- Klein, A., & Moosbrugger, H. (2000). Maximum likelihood estimation of latent interaction effects with the LMS method. *Psychometrika*, *65*, 457-474.
- Klein, A. G., & Muthén, B. O. (2007). Quasi maximum likelihood estimation of structural equation models with multiple interaction and quadratic effects. *Multivariate Behavioral Research*, *42*, 647-674.
- Lee, S. Y., Song, X. Y., & Poon, W. Y. (2004). Comparison of approaches in estimating interaction and quadratic effects of latent variables. *Multivariate Behavioral Research*, *39*, 37-67.
- Lee, S. Y., & Zhu, H. T. (2000). Statistical analysis of nonlinear structural equation models with continuous and polytomous data. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *53*, 209-232.
- Lee, S. Y., & Zhu, H. T. (2002). Maximum likelihood estimation of nonlinear structural equation models. *Psychometrika*, *67*, 189-210.
- Little, T. D., Bovaird, J. A., & Widaman, K. F. (2006). On the merits of orthogonalizing powered and product terms: Implications for modeling interactions among latent variables. *Structural Equation Modeling*, *13*, 497-519.
- Marsh, H. W., Wen, Z., & Hau, K. T. (2004). Structural equation models of latent interactions: Evaluation of alternative estimation strategies and indicator construction. *Psychological Methods*, *9*, 275-300.
- Marsh, H. W., Wen, Z., & Hau, K. T. (2006). Structural equation models of latent interaction and quadratic effects. In G. R. Hancock & R. O. Mueller (Eds.), *Structural equation modeling: A second course* (pp. 225-265). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Milliken, G. A. & Johnson, D. E. (1989). *Analysis of messy data (Vol. II)*. Belmont, CA: Wadsworth.
- Moosbrugger, H., Schermelleh-Engel, K., & Klein, A. (1997). Methodological problems of estimating latent interaction effects. *Methods of Psychological Research Online*, *2*, 95-111.
- Moulder, B. C., & Algina, J. (2002). Comparison of methods for estimating and testing latent variable interactions. *Structural Equation Modeling*, *9*, 1-19.
- Neale, M. C. (1998). Modeling interaction and nonlinear effects with Mx: A general approach. In R. E. Schumacker & G. A. Marcoulides (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling* (pp. 43-61). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ping, R. A. (1996). Latent variable interaction and quadratic effect estimation: A two-step technique using structural equation analysis. *Psychological Bulletin*, *119*, 166-175.
- Ping, R. A. (1998). EQS and LISREL examples using survey data. In R. E. Schumacker & G. A. Marcoulides (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling* (pp. 63-100). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schermelleh-Engel, K., Klein, A., & Moosbrugger, H. (1998). Estimating nonlinear effects using a latent moderated structural equations approach. In R. E. Schumacker & G. A. Marcoulides (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling* (pp. 203-238). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Tate, R. L. (1998). Effect decomposition in interaction and nonlinear models. In R. E. Schumacker & G.

- A. Marcoulides (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling* (pp. 153-166). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2000). Estimation for polynomial structural equation models. *Journal of the American Statistical Association*, *95*, 929-940.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2001). Generalized appended product indicator procedure for nonlinear structural equation analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, *26*, 1-29.
- Williams, L. J., Edwards, J. R., & Vandenberg, R. J. (2003). Recent advances in causal modeling methods for organizational and management research. *Journal of Management*, *29*, 903-936.
- Wood, P. K., & Erikson, D. J. (1998). Estimating interaction and nonlinear Effects with SAS. In R. E. Schumacker & G. A. Marcoulides (Eds.), *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling* (pp. 101-124). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.



附錄1 MI, MQ, MIQ中心化限制式方法之限制式推導

MI限制式設定之推導：以兩兩配對交乘項為例

MI觀察指標來自 x_1x_4 , x_2x_5 , x_3x_6 等三個交乘項，其展開式為：

$$x_7 = x_1x_4 = (\xi_1 + \delta_1)(\xi_2 + \delta_4) = \xi_1\xi_2 + \delta_7. \quad \text{其中 } \delta_7 = \xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4.$$

$$x_8 = x_2x_5 = (\lambda_{x_2}\xi_1 + \delta_2)(\lambda_{x_5}\xi_2 + \delta_5) = \lambda_{x_2}\lambda_{x_5}\xi_1\xi_2 + \delta_8. \quad \text{其中 } \delta_8 = \lambda_{x_2}\xi_1\delta_5 + \lambda_{x_5}\xi_2\delta_2 + \delta_2\delta_5.$$

$$x_9 = x_3x_6 = (\lambda_{x_3}\xi_1 + \delta_3)(\lambda_{x_6}\xi_2 + \delta_6) = \lambda_{x_3}\lambda_{x_6}\xi_1\xi_2 + \delta_9. \quad \text{其中 } \delta_9 = \lambda_{x_3}\xi_1\delta_6 + \lambda_{x_6}\xi_2\delta_3 + \delta_3\delta_6.$$

1. 由展開式可知，需設定**MI**觀察指標之負載量：

$$\lambda_{x_7} = 1, \lambda_{x_8} = \lambda_{x_2}\lambda_{x_5}, \lambda_{x_9} = \lambda_{x_3}\lambda_{x_6}.$$

2. 觀察指標截距不需設定。

3. 設定**MI**觀察指標測量誤差之變異數：

$$\begin{aligned} \theta_{\delta 77} &= \text{var}(\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4) \\ &= E((\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4)(\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4)) - E(\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4)E(\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4) \\ &= E(\xi_1\delta_4\xi_1\delta_4 + \xi_1\delta_4\xi_2\delta_1 + \xi_1\delta_4\delta_1\delta_4 + \xi_2\delta_1\xi_2\delta_1 + \xi_2\delta_1\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1\delta_1\delta_4 + \delta_1\delta_4\xi_1\delta_4 + \delta_1\delta_4\xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4\delta_1\delta_4) \end{aligned}$$

【假設 ξ_1 、 ξ_2 、 δ 為多元常態，平均數皆為0；除 ξ_1 與 ξ_2 有相關外，其餘兩兩間不相關，則 $\theta_{\delta 77}$ 式子分解推導如下：

$$\begin{aligned} E(\xi_1\delta_4\xi_1\delta_4) &= \text{cov}(\xi_1, \delta_4)\text{cov}(\xi_1, \delta_4) + \text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\delta_4, \delta_4) + \text{cov}(\xi_1, \delta_4)\text{cov}(\delta_4, \xi_1) = \phi_{11}\theta_{\delta 44}. \\ E(\xi_1\delta_4\xi_2\delta_1) &= \text{cov}(\xi_1, \delta_4)\text{cov}(\xi_2, \delta_1) + \text{cov}(\xi_1, \xi_2)\text{cov}(\delta_4, \delta_1) + \text{cov}(\xi_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_4, \xi_2) = 0. \\ E(\xi_1\delta_4\delta_1\delta_4) &= \text{cov}(\xi_1, \delta_4)\text{cov}(\delta_1, \delta_4) + \text{cov}(\xi_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_4, \delta_4) + \text{cov}(\xi_1, \delta_4)\text{cov}(\delta_4, \delta_1) = 0. \\ E(\xi_2\delta_1\xi_2\delta_1) &= \text{cov}(\xi_2, \delta_1)\text{cov}(\xi_2, \delta_1) + \text{cov}(\xi_2, \xi_2)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) + \text{cov}(\xi_2, \delta_4)\text{cov}(\delta_1, \xi_1) = 0. \\ E(\xi_2\delta_1\xi_1\delta_4) &= \text{cov}(\xi_2, \delta_1)\text{cov}(\xi_1, \delta_4) + \text{cov}(\xi_2, \delta_1)\text{cov}(\delta_4, \delta_4) + \text{cov}(\xi_2, \delta_4)\text{cov}(\delta_1, \xi_1) = 0. \\ E(\xi_2\delta_1\delta_1\delta_4) &= \text{cov}(\xi_2, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_4) + \text{cov}(\xi_2, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_4) + \text{cov}(\xi_2, \delta_4)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) = 0. \\ E(\delta_1\delta_4\xi_1\delta_4) &= \text{cov}(\delta_1, \delta_4)\text{cov}(\xi_1, \delta_4) + \text{cov}(\delta_1, \xi_1)\text{cov}(\delta_4, \delta_4) + \text{cov}(\delta_1, \delta_4)\text{cov}(\delta_4, \xi_1) = 0. \\ E(\delta_1\delta_4\xi_2\delta_1) &= \text{cov}(\delta_1, \delta_4)\text{cov}(\xi_2, \delta_1) + \text{cov}(\delta_1, \xi_2)\text{cov}(\delta_4, \delta_1) + \text{cov}(\delta_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_4, \xi_2) = 0. \\ E(\delta_1\delta_4\delta_1\delta_4) &= \text{cov}(\delta_1, \delta_4)\text{cov}(\delta_1, \delta_4) + \text{cov}(\delta_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_4, \delta_4) + \text{cov}(\delta_1, \delta_4)\text{cov}(\delta_4, \delta_1) = \theta_{\delta 11}\theta_{\delta 44}. \end{aligned}$$

故可知 $\theta_{\delta 77} = \phi_{11}\theta_{\delta 44} + \phi_{22}\theta_{\delta 11} + \theta_{\delta 11}\theta_{\delta 44}$ ；以此類推 $\theta_{\delta 88}$, $\theta_{\delta 99}$ 可得：

$$\theta_{\delta 88} = \lambda_{x_2}^2\phi_{11}\theta_{\delta 55} + \lambda_{x_5}^2\phi_{22}\theta_{\delta 22} + \theta_{\delta 22}\theta_{\delta 55}, \quad \theta_{\delta 99} = \lambda_{x_3}^2\phi_{11}\theta_{\delta 66} + \lambda_{x_6}^2\phi_{22}\theta_{\delta 33} + \theta_{\delta 33}\theta_{\delta 66}.$$

4. 設定**MI**交互作用項之平均數：

$$\kappa_3 = E(\xi_1\xi_2) = \text{cov}(\xi_1, \xi_2) = \phi_{21}.$$

5. 設定**MI**交互作用項之變異數（見Kenny & Judd, 1984）：

$$\begin{aligned} \phi_{33} &= \text{var}(\xi_1\xi_2) = E(\xi_1\xi_2\xi_1\xi_2) - E(\xi_1\xi_2)E(\xi_1\xi_2) \\ &= [\text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1) + \text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1) + \text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1)] - \text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1) \\ &= (\phi_{21}^2 + \phi_{11}\phi_{22} + \phi_{21}^2) - \phi_{21}^2 = \phi_{11}\phi_{22} + \phi_{21}^2. \end{aligned}$$



MQ限制式設定之推導：以兩兩配對交乘項為例

MQ觀察指標來自 x_1^2 , x_2^2 , x_3^2 等三個交乘項，其展開式為：

$$x_7 = x_1^2 = (\xi_1 + \delta_1)^2 = \xi_1^2 + (2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2) = \xi_1^2 + \delta_7, \quad \text{其中 } \delta_7 = 2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2.$$

$$x_8 = x_2^2 = (\lambda_{x_2}\xi_1 + \delta_2)^2 = \lambda_{x_2}^2\xi_1^2 + (2\lambda_{x_2}\xi_1\delta_2 + \delta_2^2) = \lambda_{x_2}^2\xi_1^2 + \delta_8, \quad \text{其中 } \delta_8 = 2\lambda_{x_2}\xi_1\delta_2 + \delta_2^2.$$

$$x_9 = x_3^2 = (\lambda_{x_3}\xi_1 + \delta_3)^2 = \lambda_{x_3}^2\xi_1^2 + (2\lambda_{x_3}\xi_1\delta_3 + \delta_3^2) = \lambda_{x_3}^2\xi_1^2 + \delta_9, \quad \text{其中 } \delta_9 = 2\lambda_{x_3}\xi_1\delta_3 + \delta_3^2.$$

1. 由展開式可知，需設定MQ觀察指標之負載量：

$$\lambda_{x_7} = 1, \lambda_{x_8} = \lambda_{x_2}^2, \lambda_{x_9} = \lambda_{x_3}^2.$$

2. JKW模型之測量誤差期望值內設為零，交乘項 x_1^2 , x_2^2 , x_3^2 測量誤差期望值非為零，故本研究增設交乘項截距以符合JKW模型設定。

$$\tau_{x_7} = \theta_{\delta_{11}}, \tau_{x_8} = \theta_{\delta_{22}}, \tau_{x_9} = \theta_{\delta_{33}}.$$

3. 設定MQ觀察指標測量誤差之變異數：

$$\begin{aligned} \theta_{\delta_{77}} &= \text{var}(2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2) \\ &= E((2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2)(2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2)) - E(2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2)E(2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2) \\ &= E(4\xi_1^2\delta_1^2 + 4\xi_1\delta_1\delta_1^2 + \delta_1^2\delta_1^2) - \text{cov}(\delta_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) \end{aligned}$$

【假設 ξ_1 、 ξ_2 、 δ 為多元常態，平均數皆為0；除 ξ_1 與 ξ_2 有相關外，其餘兩兩間不相關，則 $\theta_{\delta_{77}}$ 式子分解推導如下：

$$E(4\xi_1^2\delta_1^2) = 4[\text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) + \text{cov}(\xi_1, \delta_1)\text{cov}(\xi_1, \delta_1) + \text{cov}(\xi_1, \delta_1)\text{cov}(\xi_1, \delta_1)] = 4\phi_{11}\theta_{\delta_{11}}.$$

$$E(4\xi_1\delta_1\delta_1^2) = 4[\text{cov}(\xi_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) + \text{cov}(\xi_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) + \text{cov}(\xi_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1)] = 0.$$

$$E(\delta_1^2\delta_1^2) = \text{cov}(\delta_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) + \text{cov}(\delta_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) + \text{cov}(\delta_1, \delta_1)\text{cov}(\delta_1, \delta_1) = 3\theta_{\delta_{11}}\theta_{\delta_{11}}.]$$

故可知 $\theta_{\delta_{77}} = 4\phi_{11}\theta_{\delta_{11}} + 3\theta_{\delta_{11}}\theta_{\delta_{11}} - \theta_{\delta_{11}}\theta_{\delta_{11}} = 4\phi_{11}\theta_{\delta_{11}} + 2\theta_{\delta_{11}}^2$ ；以此類推於 $\theta_{\delta_{88}}$, $\theta_{\delta_{99}}$ 可得：

$$\theta_{\delta_{88}} = 4\lambda_{x_2}^2\phi_{11}\theta_{\delta_{22}} + 2\theta_{\delta_{22}}^2, \quad \theta_{\delta_{99}} = 4\lambda_{x_3}^2\phi_{11}\theta_{\delta_{33}} + 2\theta_{\delta_{33}}^2.$$

4. 設定MQ二次項之平均數：

$$\kappa_3 = E(\xi_1\xi_1) = \text{cov}(\xi_1, \xi_1) = \phi_{11}.$$

5. 設定MQ二次項之變異數：

$$\begin{aligned} \phi_{33} &= \text{var}(\xi_1\xi_1) = E(\xi_1\xi_1\xi_1\xi_1) - E(\xi_1\xi_1)E(\xi_1\xi_1) \\ &= [\text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1) + \text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1) + \text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1)] - \text{cov}(\xi_1, \xi_1)\text{cov}(\xi_1, \xi_1) \\ &= (\phi_{11}^2 + \phi_{11}^2 + \phi_{11}^2) - \phi_{11}^2 = 2\phi_{11}^2. \end{aligned}$$



MIQ限制式設定之推導：以兩兩配對交乘項為例

MIQ下限制式設定之證明為結合MI、MQ限制式設定，MIQ觀察指標來自等九個交乘項，展開式同上述：
 x_1x_4 ， x_2x_5 ， x_3x_6 ， x_1^2 ， x_2^2 ， x_3^2 ， x_4^2 ， x_5^2 ， x_6^2 等九個交乘項，展開式同上述：

$$x_7 = x_1x_4 = \xi_1\xi_2 + \delta_7. \quad \text{其中 } \delta_7 = \xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4.$$

$$x_8 = x_2x_5 = \lambda_{x_2}\lambda_{x_5}\xi_1\xi_2 + \delta_8. \quad \text{其中 } \delta_8 = \lambda_{x_2}\xi_1\delta_5 + \lambda_{x_5}\xi_2\delta_2 + \delta_2\delta_5.$$

$$x_9 = x_3x_6 = \lambda_{x_3}\lambda_{x_6}\xi_1\xi_2 + \delta_9. \quad \text{其中 } \delta_9 = \lambda_{x_3}\xi_1\delta_6 + \lambda_{x_6}\xi_2\delta_3 + \delta_3\delta_6.$$

$$x_{10} = x_1^2 = \xi_1^2 + \delta_{10}. \quad \text{其中 } \delta_{10} = 2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2.$$

$$x_{11} = x_2^2 = \lambda_{x_2}^2\xi_1^2 + \delta_{11}. \quad \text{其中 } \delta_{11} = 2\lambda_{x_2}\xi_1\delta_2 + \delta_2^2.$$

$$x_{12} = x_3^2 = \lambda_{x_3}^2\xi_1^2 + \delta_{12}. \quad \text{其中 } \delta_{12} = 2\lambda_{x_3}\xi_1\delta_3 + \delta_3^2.$$

$$x_{13} = x_4^2 = \xi_2^2 + \delta_{13}. \quad \text{其中 } \delta_{13} = 2\xi_2\delta_4 + \delta_4^2.$$

$$x_{14} = x_5^2 = \lambda_{x_5}^2\xi_2^2 + \delta_{14}. \quad \text{其中 } \delta_{14} = 2\lambda_{x_5}\xi_2\delta_5 + \delta_5^2.$$

$$x_{15} = x_6^2 = \lambda_{x_6}^2\xi_2^2 + \delta_{15}. \quad \text{其中 } \delta_{15} = 2\lambda_{x_6}\xi_2\delta_6 + \delta_6^2.$$

1. 由展開式可知，需設定MIQ觀察指標之負載量：

$$\lambda_{x_7} = 1, \lambda_{x_8} = \lambda_{x_2}\lambda_{x_5}, \lambda_{x_9} = \lambda_{x_3}\lambda_{x_6}, \lambda_{x_{10}} = 1, \lambda_{x_{11}} = \lambda_{x_2}^2, \lambda_{x_{12}} = \lambda_{x_3}^2, \lambda_{x_{13}} = 1, \lambda_{x_{14}} = \lambda_{x_5}^2, \lambda_{x_{15}} = \lambda_{x_6}^2.$$

2. JKW模型之測量誤差期望值內設為零，交乘項 x_1^2 ， x_2^2 ， x_3^2 ， x_4^2 ， x_5^2 ， x_6^2 測量誤差期望值非為零，故本研究增設交乘項截距以符合JKW模型設定。

$$\tau_{x_{10}} = \theta_{\delta_{11}}, \tau_{x_{11}} = \theta_{\delta_{22}}, \tau_{x_{12}} = \theta_{\delta_{33}}, \tau_{x_{13}} = \theta_{\delta_{44}}, \tau_{x_{14}} = \theta_{\delta_{55}}, \tau_{x_{15}} = \theta_{\delta_{66}}.$$

3. 設定MIQ觀察指標測量誤差之共變數：

$$\theta_{\delta_{77}} = \phi_{11}\theta_{\delta_{44}} + \phi_{22}\theta_{\delta_{11}} + \theta_{\delta_{11}}\theta_{\delta_{44}}. \quad \theta_{\delta_{88}} = \lambda_{x_2}^2\phi_{11}\theta_{\delta_{55}} + \lambda_{x_5}^2\phi_{22}\theta_{\delta_{22}} + \theta_{\delta_{22}}\theta_{\delta_{55}}.$$

$$\theta_{\delta_{99}} = \lambda_{x_3}^2\phi_{11}\theta_{\delta_{66}} + \lambda_{x_6}^2\phi_{22}\theta_{\delta_{33}} + \theta_{\delta_{33}}\theta_{\delta_{66}}. \quad \theta_{\delta_{1010}} = 4\phi_{11}\theta_{\delta_{11}} + 2\theta_{\delta_{11}}^2.$$

$$\theta_{\delta_{1111}} = 4\lambda_{x_2}^2\phi_{11}\theta_{\delta_{22}} + 2\theta_{\delta_{22}}^2. \quad \theta_{\delta_{1212}} = 4\lambda_{x_3}^2\phi_{11}\theta_{\delta_{33}} + 2\theta_{\delta_{33}}^2.$$

$$\theta_{\delta_{1313}} = 4\phi_{22}\theta_{\delta_{44}} + 2\theta_{\delta_{44}}^2. \quad \theta_{\delta_{1414}} = 4\lambda_{x_5}^2\phi_{22}\theta_{\delta_{55}} + 2\theta_{\delta_{55}}^2.$$

$$\theta_{\delta_{1515}} = 4\lambda_{x_6}^2\phi_{22}\theta_{\delta_{66}} + 2\theta_{\delta_{66}}^2.$$

$$\begin{aligned} \theta_{\delta_{107}} &= \text{cov}(\delta_{10}, \delta_7) = E(\delta_{10}\delta_7) - E(\delta_{10})E(\delta_7) \\ &= E((2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2)(\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4)) - E(2\xi_1\delta_1 + \delta_1^2)E(\xi_1\delta_4 + \xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_4) \\ &= E(2\xi_1\delta_1\xi_1\delta_4 + 2\xi_1\delta_1\xi_2\delta_1 + 2\xi_1\delta_1\delta_1\delta_4 + \delta_1^2\xi_1\delta_4 + \delta_1^2\xi_2\delta_1 + \delta_1^2\delta_1\delta_4) - 2\phi_{21}\theta_{\delta_{11}}. \end{aligned}$$

以此類推，

$$\theta_{\delta_{118}} = 2\lambda_{x_2}\lambda_{x_5}\phi_{21}\theta_{\delta_{22}}. \quad \theta_{\delta_{129}} = 2\lambda_{x_3}\lambda_{x_6}\phi_{21}\theta_{\delta_{33}}. \quad \theta_{\delta_{137}} = 2\phi_{21}\theta_{\delta_{44}}.$$

$$\theta_{\delta_{148}} = 2\lambda_{x_2}\lambda_{x_5}\phi_{21}\theta_{\delta_{55}}. \quad \theta_{\delta_{159}} = 2\lambda_{x_3}\lambda_{x_6}\phi_{21}\theta_{\delta_{66}}.$$



4. 設定MIQ交互作用與二次項之平均數：

$$\kappa_3 = E(\xi_1 \xi_2) = \text{cov}(\xi_1, \xi_2) = \phi_{21}.$$

$$\kappa_4 = E(\xi_1 \xi_1) = \text{cov}(\xi_1, \xi_1) = \phi_{11}.$$

$$\kappa_5 = E(\xi_2 \xi_2) = \text{cov}(\xi_2, \xi_2) = \phi_{22}.$$

5. 設定MIQ交互作用與二次項間之共變數：

$$\phi_{33} = \text{var}(\xi_1 \xi_2) = E(\xi_1 \xi_2 \xi_1 \xi_2) - E(\xi_1 \xi_2)E(\xi_1 \xi_2) = \phi_{11}\phi_{22} + \phi_{21}^2.$$

$$\phi_{43} = \text{cov}(\xi_1 \xi_1, \xi_1 \xi_2) = E(\xi_1 \xi_1 \xi_1 \xi_2) - E(\xi_1 \xi_1)E(\xi_1 \xi_2) = 2\phi_{11}\phi_{21}.$$

$$\phi_{44} = \text{var}(\xi_1 \xi_1) = E(\xi_1 \xi_1 \xi_1 \xi_1) - E(\xi_1 \xi_1)E(\xi_1 \xi_1) = 2\phi_{11}^2.$$

$$\phi_{53} = \text{cov}(\xi_2 \xi_2, \xi_1 \xi_2) = E(\xi_2 \xi_2 \xi_1 \xi_2) - E(\xi_2 \xi_2)E(\xi_1 \xi_2) = 2\phi_{21}\phi_{22}.$$

$$\phi_{54} = \text{cov}(\xi_2 \xi_2, \xi_1 \xi_1) = E(\xi_2 \xi_2 \xi_1 \xi_1) - E(\xi_2 \xi_2)E(\xi_1 \xi_1) = 2\phi_{21}^2.$$

$$\phi_{55} = \text{var}(\xi_2 \xi_2) = E(\xi_2 \xi_2 \xi_2 \xi_2) - E(\xi_2 \xi_2)E(\xi_2 \xi_2) = 2\phi_{22}^2.$$



附錄2 LISREL語法設定

MI之中心化限制式方法於兩兩配對組合

- (1) DA NI=12
- (2) LA
- (3) y1 y2 y3 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x1x4 x2x5 x3x6
- (4) MO NX=9 NY=3 NK=3 NE=1 LX=FU,FI LY=FU,FI TD=SY,FI TE=DI
PH=SY,FI PS=DI GA=FU,FR KA=FI TX=FI AL=FI TY=FR
- (5) VA 1 (LX 1,1) (LX 4,2) (LX 7,3) (LY 1,1)
- (6) FR (LX 2,1) (LX 3,1) (LX 5,2) (LX 6,2) (LY 2,1) (LY 3,1)
- (7) FR (TD 1,1) (TD 2,2) (TD 3,3) (TD 4,4) (TD 5,5) (TD 6,6)
- (8) FR (PH 1,1) (PH 2,1) (PH 2,2)
- (9) CO (LX 8,3)=(LX 2,1)*(LX 5,2)
- (10) CO (LX 9,3)=(LX 3,1)*(LX 6,2)
- (11) CO (TD 7,7) =(PH 1,1)*(TD 4,4)+(PH 2,2)*(TD 1,1) +(TD 1,1)*(TD 4,4)
- (12) CO (TD 8,8)=(LX 2,1)**2*(PH 1,1)*(TD 5,5)+(LX 5,2)**2*(PH 2,2)*(TD 2,2) c
+ (TD 2,2)*(TD 5,5)
- (13) CO (TD 9,9)=(LX 3,1)**2*(PH 1,1)*(TD 6,6)+(LX 6,2)**2*(PH 2,2)*(TD 3,3) c
+ (TD 3,3)*(TD 6,6)
- (14) CO (KA 3)=(PH 2,1)
- (15) FI (PH 3,1) (PH 3,2)
- (16) CO (PH 3,3)=(PH 1,1)*(PH 2,2)+(PH 2,1)**2
- (17) OU ME=ML

- 式(5)為設定潛在變項之尺度。
- 式(9)與(10)為設定交乘項在潛在交互作用項負載之限制式。
- 式(11)至(13)為設定誤差共變數之限制式。
- 式(14)為設定潛在交互作用項平均數之限制式。
- 式(15)與(16)為設定潛在變項與潛在交互作用項共變數之限制式。
- Jaccard與Wan程序語法設定：將式(4)之TY設定為固定參數與式(14)刪減。
- 部分限制式方法語法設定：將式(15)與(16)之潛在變項與潛在交互作用項共變數設定為自由參數。
- 未限制式方法語法設定：將式(9)至(13)與式(16)設定為自由參數；若外生潛在變項為非常態，需增式(15)設定為自由參數。

MQ之中心化限制式方法於兩兩配對組合

- (1) DA NI=12
- (2) LA
- (3) y1 y2 y3 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x1x1 x2x2 x3x3
- (4) MO NX=9 NY=3 NK=3 NE=1 LX=FU,FI LY=FU,FI TD=SY,FI TE=DI
PH=SY,FI PS=DI GA=FU,FR KA=FI TX=FI AL=FI TY=FR
- (5) VA 1 (LX 1,1) (LX 4,2) (LX 7,3) (LY 1,1)
- (6) FR (LX 2,1) (LX 3,1) (LX 5,2) (LX 6,2) (LY 2,1) (LY 3,1)
- (7) FR (TD 1,1) (TD 2,2) (TD 3,3) (TD 4,4) (TD 5,5) (TD 6,6)



- (8) FR (PH 1,1) (PH 2,1) (PH 2,2)
 (9) CO (LX 8,3)=(LX 2,1)**2
 (10) CO (LX 9,3)=(LX 3,1)**2
 (11) CO (TX 7)=(TD 1,1)
 (12) CO (TX 8)=(TD 2,2)
 (13) CO (TX 9)=(TD 3,3)
 (14) CO (TD 7,7)=4*(PH 1,1)*(TD 1,1)+2*(TD 1,1)**2
 (15) CO (TD 8,8)=4*(LX 2,1)**2*(PH 1,1)*(TD 2,2)+2*(TD 2,2)**2
 (16) CO (TD 9,9)=4*(LX 3,1)**2*(PH 1,1)*(TD 3,3)+2*(TD 3,3)**2
 (17) CO (KA 3)=(PH 1,1)
 (18) FI (PH 3,1) (PH 3,2)
 (19) CO (PH 3,3)=2*(PH 1,1)**2
 (20) OU ME=ML

- 式(5)為設定潛在變項之尺度。
- 式(9)與(10)為設定交乘項在潛在交互作用項負載之限制式。
- 式(11)至(13)為設定截距項平均數之限制式。
- 式(14)至(16)為設定誤差共變數之限制式。
- 式(17)為設定潛在交互作用項平均數之限制式。
- 式(18)與(19)為設定潛在變項與潛在交互作用項共變數之限制式。
- Jaccard與Wan程序語法設定：將式(4)之TY設定為固定參數，式(11)至(13)與式(17)刪減。
- 部分限制式方法語法設定：將式(18)與(19)之潛在變項與潛在交互作用項共變數設定為自由參數。
- 未限制式方法語法設定：將式(9)至(16)與式(19)設定為自由參數；若外生潛在變項為非常態，需增式(18)設定為自由參數。

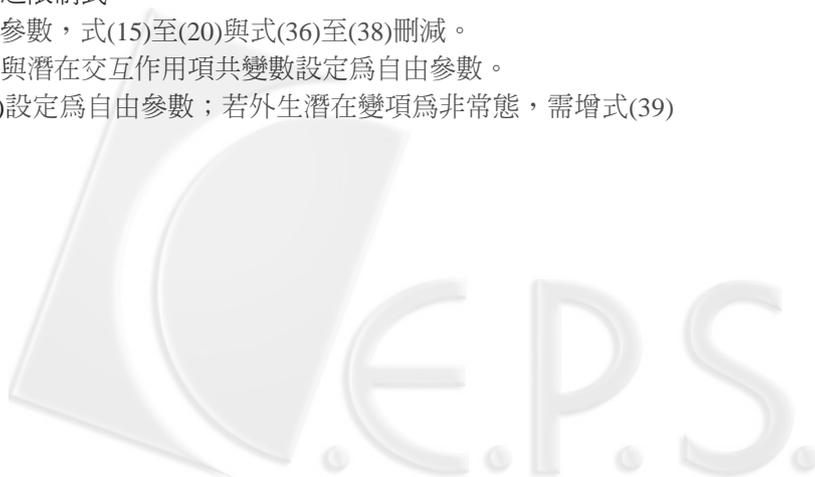
MIQ之中心化限制式方法於兩兩配對組合

- (1) DA NI=18
 (2) LA
 (3) y1 y2 y3 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x1x4 x2x5 x3x6 x1x1 x2x2 x3x3 x4x4 x5x5 x6x6
 (4) MO NX=15 NY=3 NK=5 NE=1 LX=FU,FI LY=FU,FI TD=SY,FI TE=DI
 PH=SY,FI PS=DI GA=FU,FR KA=FI TX=FI AL=FI TY=FR
 (5) VA 1 (LX 1,1) (LX 4,2) (LX 7,3) (LX 10,4) (LX 13,5) (LY 1,1)
 (6) FR (LX 2,1) (LX 3,1) (LX 5,2) (LX 6,2) (LY 2,1) (LY 3,1)
 (7) FR (TD 1,1) (TD 2,2) (TD 3,3) (TD 4,4) (TD 5,5) (TD 6,6)
 (8) FR (PH 1,1) (PH 2,1) (PH 2,2)
 (9) CO (LX 8,3)=(LX 2,1)*(LX 5,2)
 (10) CO (LX 9,3)=(LX 3,1)*(LX 6,2)
 (11) CO (LX 11,4)=(LX 2,1)**2
 (12) CO (LX 12,4)=(LX 3,1)**2
 (13) CO (LX 14,5)=(LX 5,2)**2
 (14) CO (LX 15,5)=(LX 6,2)**2
 (15) CO (TX 10)=(TD 1,1)
 (16) CO (TX 11)=(TD 2,2)
 (17) CO (TX 12)=(TD 3,3)
 (18) CO (TX 13)=(TD 4,4)



- (19) CO (TX 14)=(TD 5,5)
 (20) CO (TX 15)=(TD 6,6)
 (21) CO (TD 7,7)=(PH 1,1)*(TD 4,4)+(PH 2,2)*(TD 1,1)+(TD 1,1)*(TD 4,4)
 (22) CO (TD 8,8)=(LX 2,1)**2*(PH 1,1)*(TD 5,5)+(LX 5,2)**2*(PH 2,2)*(TD 2,2) c
 +(TD 2,2)*(TD 5,5)
 (23) CO (TD 9,9)=(LX 3,1)**2*(PH 1,1)*(TD 6,6)+(LX 6,2)**2*(PH 2,2)*(TD 3,3) c
 +(TD 3,3)*(TD 6,6)
 (24) CO (TD 10,10)=4*(PH 1,1)*(TD 1,1)+2*(TD 1,1)**2
 (25) CO (TD 11,11)= 4*(LX 2 1)**2*(PH 1,1)*(TD 2,2)+2*(TD 2,2)**2
 (26) CO (TD 12,12)= 4*(LX 3,1)**2*(PH 1,1)*(TD 3,3)+2*(TD 3,3)**2
 (27) CO (TD 13,13)=4*(PH 2,2)*(TD 4,4)+2*(TD 4,4)**2
 (28) CO (TD 14,14)=4*(LX 5,2)**2*(PH 2,2)*(TD 5,5)+2*(TD 5,5)**2
 (29) CO (TD 15,15)=4*(LX 6,2)**2*(PH 2,2)*(TD 6,6)+2*(TD 6,6)**2
 (30) CO (TD 10,7)=2*(PH 2,1)*(TD 1,1)
 (31) CO (TD 11,8)=2*(LX 2,1)*(LX 5,2)*(PH 2,1)*(TD 2,2)
 (32) CO (TD 12,9)=2*(LX 3,1)*(LX 6,2)*(PH 2,1)*(TD 3,3)
 (33) CO (TD 13,7)=2*(PH 2,1)*(TD 4,4)
 (34) CO (TD 14,8)=2*(LX 2,1)*(LX 5,2)*(PH 2,1)*(TD 5,5)
 (35) CO (TD 15,9) =2*(LX 3,1)*(LX 6,2)*(PH 2,1)*(TD 6,6)
 (36) CO (KA 3)=(PH 2,1)
 (37) CO (KA 4)=(PH 1,1)
 (38) CO (KA 5)=(PH 2,2)
 (39) FI (PH 3,1) (PH 3,2) (PH 4,1) (PH 4,2) (PH 5,1) (PH 5,2)
 (40) CO (PH 3,3)=(PH 1,1)*(PH 2,2)+(PH 2,1)**2
 (41) CO (PH 4,3)=2*(PH 1,1)*(PH 2,1)
 (42) CO (PH 4,4)=2*(PH 1,1)**2
 (43) CO (PH 5,3)=2*(PH 2,1)*(PH 2,2)
 (44) CO (PH 5,4)=2*(PH 2,1)**2
 (45) CO (PH 5,5)=2*(PH 2,2)**2
 (46) OU ME=ML

- 式(5)為設定潛在變項之尺度。
- 式(9)至(14)為設定交乘項在潛在交互作用項負載之限制式。
- 式(15)至(20)為設定截距項平均數之限制式。
- 式(21)至(35)為設定誤差共變數之限制式。
- 式(36)至(38)為設定潛在交互作用項平均數之限制式。
- 式(39)至(45)為設定潛在變項與潛在交互作用項共變數之限制式。
- Jaccard與Wan程序語法設定：將式(4)之TY設定為固定參數，式(15)至(20)與式(36)至(38)刪減。
- 部分限制式方法語法設定：將式(39)與(45)之潛在變項與潛在交互作用項共變數設定為自由參數。
- 未限制式方法語法設定：將式(9)至(35)與式(40)至(45)設定為自由參數；若外生潛在變項為非常態，需增式(39)設定為自由參數。



Evaluation of Analysis Methods and Product Strategies on Estimation of Latent Interaction and Quadratic Effects

Shu-Ping Chen¹, Lifa-Yu¹, and Chung-Ping Cheng²

¹ Department of Psychology, Kaohsiung Medical University

² Department of Psychology, National Chengchi University

In conducting empirical research, researchers are often interested in nonlinear relationships. Thus, accurately estimating latent interaction and quadratic effects is of great importance. This research aims to evaluate latent interaction and quadratic effects by means of the Monte Carlo method. Performances of all possible combinations of four product indicator based analysis methods with three product strategies are examined. The four approaches used in this study include the centered constrained approach, Jaccard and Wan's procedure, the partially constrained approach, and the unconstrained approach, while the three product strategies are one pair, matched pairs, and all pairs. The results indicate that different approaches and product strategies have little effect on the estimates, but the partially constrained approach and the unconstrained approach (except for the one-pair strategy) produce fewer fully proper solutions, more bias and greater root mean square error for smaller sample sizes or poor reliability of the indicators.

Keywords: *latent interaction effect, latent nonlinear effect, structural equation modeling*

